

# MINISTARSTVO ZNANOSTI I OBRAZOVANJA

146

Na temelju članka 27. stavka 9. Zakona o odgoju i obrazovanju u osnovnoj i srednjoj školi (»Narodne novine«, broj: 87/08, 86/09, 92/10, 105/10 – ispravak, 90/11, 16/12, 86/12, 94/13, 152/14, 7/17 i 68/18) ministrica znanosti i obrazovanja donosi

## ODLUKU

### O DONOŠENJU KURIKULUMA ZA NASTAVNI PREDMET MATEMATIKE ZA OSNOVNE ŠKOLE I GIMNAZIJE U REPUBLICI HRVATSKOJ

#### I.

Ovom Odlukom donosi se kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj.

#### II.

Sastavni dio ove Odluke je kurikulum nastavnog predmeta Matematika.

#### III.

Početak primjene ove Odluke stavlja se izvan snage:

– Nastavni plan i program za osnovnu školu koji se odnosi na predmet Matematika objavljen u »Narodnim novinama«, broj: 102/06,

– Nastavni plan i program za stjecanje školske spreme u programima jezične, klasične i prirodoslovno-matematičke gimnazije koji se odnosi na predmet Matematika, a donesen je Odlukom o zajedničkom i izbornom dijelu programa za stjecanje srednje školske spreme u programima opće, jezične, klasične i prirodoslovno-matematičke gimnazije, klasa: 602-03/94-01-109, urbroj: 532-02-2/1-94-01, Zagreb, 2. ožujka 1994. (Glasnik Ministarstva kulture i prosvjete, 1994.),

– Nastavni plan i program prirodoslovne gimnazije koji se odnosi na predmet Matematika, a koji je donesen Odlukom o nastavnom planu i programu prirodoslovne gimnazije, klasa: UP/I-602-03/03-01/0115, urbroj: 532-02-02-01/2-03-2 od 2. prosinca 2003. godine.

#### IV.

Ova Odluka stupa na snagu osmoga dana od dana objave u »Narodnim novinama«, a primjenjuje se za učenike 1. i 5. razreda osnovne škole i 1. razreda gimnazije od školske godine 2019./2020., za učenike 2., 3., 6. i 7. razreda osnovne škole, 2. i 3. razreda gimnazije od školske godine 2020./2021., a za učenike 4. i 8. razreda osnovne škole i 4. razreda gimnazije od školske godine 2021./2022.

Klasa: 602-01/19-01/00026

Urbroj: 533-06-19-0009

Zagreb, 14. siječnja 2019.

Ministrica

**prof. dr. sc. Blaženka Divjak, v. r.**

### KURIKULUM NASTAVNOG PREDMETA MATEMATIKA ZA OSNOVNE ŠKOLE I GIMNAZIJE

#### A. SVRHA I OPIS PREDMETA

Brzi razvoj suvremenoga društva, kojemu je uvelike pridonijela i primjena matematike u svim njegovim područjima, ukazuje na važnost učenja matematike. Matematika je jedan od čimbenika tehnološkoga napretka društva, a time i važan element poboljšanja kvalitete življenja.

Matematika ima vrijednost i intelektualnu ljepotu, bogata je i poticajna. Zaokuplja i privlači ljude svih dobnih skupina, raznolikih interesa i sposobnosti. Igrala je i igra važnu ulogu u napretku društva u prošlosti, sadašnjosti i budućnosti. Važna je za svakodnevni život te je nužna za razumijevanje svijeta koji nas okružuje i za upravljanje vlastitim životom. Učenje i poučavanje matematike omogućuje razvoj matematičkih znanja i vještina kojima će se učenici koristiti u osobnome, društvenome i profesionalnome životu.

Matematička pismenost prepoznata je kao jedan od važnih preduvjeta za razvoj životnih vještina pojedinca, primjenu matematičkih strategija, cjeloživotno učenje, otvorenost za uporabu novih tehnologija te ostvarivanje vlastitih potencijala. Učenje i poučavanje predmeta Matematika potiče kreativnost, preciznost, sustavnost, apstraktno mišljenje i kritičko promišljanje koje pomaže pri uočavanju i rješavanju problema iz svakodnevice i društvenoga okružja.

Učenje i poučavanje nastavnoga predmeta Matematika ostvaruje se povezivanjem matematičkih procesa i domena. Ta dvodimenzionalnost očituje se u ishodima i doprinosi stjecanju matematičkih kompetencija. Matematički su procesi: prikazivanje i komunikacija, povezivanje, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, rješavanje problema i matematičko modeliranje te primjena tehnologije. Domene predmeta Matematika jesu: Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje te Podatci, statistika i vjerojatnost.

Svijest pojedinca o posjedovanju kompetencija za rješavanje, i osobnih i problemskih situacija u zajednici, daje mu mogućnost za djelovanje, potiče ga da bude koristan i odgovoran za napredak osobnoga, radnoga i socijalnoga okružja. Kako bi se u učenika postiglo razumijevanje matematičkih pojmova, procesa i koncepata, razvila kreativnost i sposobnost apstrahiranja, potrebno je poučavati od konkretnih, njima bliskih situacija k apstraktnomu modeliranju i opisivanju. Uostalom, i začetci matematike i matematičkoga načina razmišljanja proizišli su iz proučavanja pojava u prirodi, ljudskoga djelovanja u arhitekturi, umjetnosti, tehnologiji te potrebe da se to objasni. Poučavanje matematike tijekom školovanja je strukturirano, pa se velika pozornost posvećuje postupnosti u prihvaćanju i usvajanju matematičkih znanja te uspostavljanju veza među njima. Takav pristup učenju i poučavanju matematike omogućuje svakomu učeniku pronalaženje osobnoga puta prema razvoju i primjeni matematičkoga razmišljanja. Učeći matematiku, učenici postaju svjesni vrijednosti vlastitih matematičkih kompetencija te su motivirani da ih i dalje aktivno razvijaju, izgrađuju i primjenjuju, kako u matematici, tako i u ostalim područjima učenja i života.

Matematičke se kompetencije neprestano razvijaju putem uravnoteženog preplitanja matematičkih procesa i domena predmeta Matematika, ali i putem drugih područja odgoja i obrazovanja te tijekom svih faza školovanja. Time je matematici osigurana stalna prisutnost i važna uloga u odgoju i obrazovanju učenika, stjecanju znanja i razvoju vještina i stavova. Na učiteljima je, ali i na učenicima, velika odgovornost za ostvarivanje načela kurikuluma, koji teži razvoju vrijednosti i temeljnih kompetencija učenika.

Dobro i pravodobno usvojeni matematički koncepti potiču razumijevanje i snalaženje u različitim područjima kurikuluma. Isto tako, mnogi koncepti usvojeni u drugim područjima i drukčijim pristupom obogaćuju učenje i poučavanje u predmetu Matematika. Takvim načinom, stalnim korelacijama i integracijom unutar kurikuluma tijekom cijeloga školovanja učenici matematiku prihvaćaju kao dio okružja, a matematičke kompetencije primjenjuju u različitim aspektima učenja i života.

## B. ODGOJNO-OBRAZOVNI CILJEVI UČENJA I POUČAVANJA PREDMETA

Učenici će temeljem usvojenih matematičkih znanja, vještina i procesa:

- primijeniti matematički jezik u usmenome i pisanome izražavanju, strukturiranju, analizi, razumijevanju i procjeni informacija upotrebljavajući različite načine prikazivanja matematičkih ideja, procesa i rezultata u matematičkome kontekstu i stvarnome životu

- samostalno i u suradničnome okružju matematički rasuđivati logičkim, kreativnim i kritičkim promišljanjem i povezivanjem, argumentiranim raspravama, zaključivanjem, provjeravanjem pretpostavki i postupaka te dokazivanjem tvrdnji

- rješavati problemske situacije odabirom relevantnih podataka, analizom mogućih strategija i provođenjem optimalne strategije te preispitivanjem procesa i rezultata, po potrebi uz učinkovitu uporabu odgovarajućih alata i tehnologije

- razviti samopouzdanje i svijest o vlastitim matematičkim sposobnostima, upornost, poduzetnost, odgovornost, uvažavanje i pozitivan odnos prema matematici i radu općenito
- prepoznati povijesnu, kulturnu i estetsku vrijednost matematike njezinom primjenom u različitim disciplinama i djelatnostima kao i neizostavnu ulogu matematike u razvoju i dobrobiti društva.

## C. STRUKTURA – MATEMATIČKI PROCESI I DOMENE KURIKULUMA NASTAVNOGA PREDMETA MATEMATIKA

### *Matematički procesi kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika*

Matematički su procesi važni na svim razinama obrazovanja te prožimaju sve domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika.

Organizirani su u pet skupina:

- prikazivanje i komunikacija
- povezivanje
- logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje
- rješavanje problema i matematičko modeliranje
- primjena tehnologije.

### *Prikazivanje i komunikacija*

Učenici smisleno prikazuju matematičke objekte, obrazlažu rezultate, objašnjavaju svoje ideje i bilježe postupke koje provode. Pritom se koriste različitim prikazima: riječima, crtežima, maketama, dijagramima, grafovima, listama, tablicama, brojevima, simbolima i slično. U danoj situaciji odabiru prikladan prikaz, povezuju različite prikaze i prelaze iz jednoga na drugi. Prikupljaju i tumače informacije iz raznovrsnih izvora.

Razvijanjem sposobnosti komuniciranja u matematici i o matematici učenici se koriste jasnim matematičkim jezikom, razumiju njegov odnos prema govornome jeziku, slušaju i razumiju matematičke opise i objašnjenja drugih te razmjenjuju i sučeljavaju svoje ideje, mišljenja i stavove. Uspješna komunikacija doprinosi lakšemu i bržemu usvajanju novih sadržaja i kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika, ali i kurikuluma ostalih nastavnih predmeta.

### *Povezivanje*

Učenici uspostavljaju i razumiju veze i odnose među matematičkim objektima, idejama, pojmovima, prikazima i postupcima te oblikuju cjeline njihovim nadovezivanjem. Uspoređuju, grupiraju i klasificiraju objekte i pojave prema zadanome ili izabranome kriteriju. Povezuju matematiku s vlastitim iskustvom, prepoznaju je u primjerima iz okoline i primjenjuju u drugim područjima kurikuluma. Time ostvaruju jasnoću, pozitivan stav i otvorenost prema matematici te povezuju matematiku sa sadržajima ostalih predmeta i životom tijekom procesa cjeloživotnoga učenja.

### *Logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje*

Učenje matematike karakterizira razvoj i njegovanje logičkoga i apstraktnoga mišljenja. Poučavanjem i učenjem nastavnoga predmeta Matematika učenici se suočavaju s izazovnim problemima koji ih potiču na promišljanje, argumentiranje i dokazivanje te donošenje samostalnih zaključaka. Učenici postavljaju matematici svojstvena pitanja te stvaraju i istražuju na njima zasnovane matematičke pretpostavke, uočene pravilnosti i odnose. Stvaraju i vrednuju lance matematičkih argumenata, zaključuju indukcijom i dedukcijom, analiziraju te primjenjuju analogiju, generalizaciju i specijalizaciju. Primjenjuju poznato u nepoznatim situacijama i prenose učenje iz jednoga konteksta u drugi. Razvijaju kritičko mišljenje te prepoznaju utjecaj ljudskih čimbenika i vlastitih uvjerenja na zaključivanje. Proces mišljenja razvijen nastavom matematike učinkovito primjenjuju u svome svakodnevnom životu.

### *Rješavanje problema i matematičko modeliranje*

Učenici analiziraju problemsku situaciju, prepoznaju elemente koji se mogu matematički prikazati i planiraju pristup za njezino rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka. Odabiru, osmišljavaju i primjenjuju razne strategije, rješavaju problem, promišljaju i vrednuju rješenje te ga prikazuju na prikladan način. Razvojem ovoga procesa, osim primjene matematičkih znanja, učenici razvijaju upornost, hrabrost i otvorenost u suočavanju s novim i nepoznatim situacijama.

### *Primjena tehnologije*

Korištenje alatima i tehnologijom pomaže učenicima u matematičkim aktivnostima u kojima su u središtu zanimanja matematičke ideje, pri provjeravanju pretpostavki, pri obradi i razmjeni podataka i informacija te za rješavanje problema i modeliranje. Učenici uočavaju i razumiju prednosti i nedostatke tehnologije. Na taj se način prirodno otvaraju mogućnosti za nove ideje, za dublja i drukčija matematička promišljanja, kao i za nove oblike učenja i poučavanja.

### *Domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika*

Početak i razvoj matematike temelji se na velikim matematičkim idejama kao što su broj, oblik, struktura i promjena. Oko tih ideja grade se matematički koncepti i razvijaju grane matematike. Usvajanje tih koncepata važno je za razumijevanje informacija, procesa i pojava u svijetu koji nas okružuje. Srodni koncepti grupirani su u domene Brojevi, Algebra i funkcije, Oblik i prostor, Mjerenje i Podatci, statistika i vjerojatnost, koje proizlaze iz domena matematičkoga područja kurikuluma.

Domene se postupno razvijaju i nadograđuju cijelom vertikalom učenja i poučavanja matematike, a udio pojedine domene u godinama učenja prilagođen je razvojnim mogućnostima učenika i potrebi sustavne izgradnje cjelovitoga matematičkog obrazovanja. Domene koje obuhvaćaju pojmove poput broja i oblika istaknutije su u ranijim godinama učenja, dok su u kasnijim godinama učenja zastupljenije domene složenijih matematičkih koncepata, poput funkcija ili vjerojatnosti. Na razini pojedine godine učenja i poučavanja za svaku su domenu iskazani odgojno-obrazovni ishodi, jasni i nedvosmisleni iskazi očekivanja od učenika.

Premda domene povezuju srodne koncepte, njihova se nedjeljivost stalno primjećuje jer je usvojenost koncepata jedne domene često pretpostavka usvajanju koncepata u drugim domenama. Tom povezanošću matematika se spoznaje kao logična i zaokružena cjelina. Cjelovitim pristupom usvajanju koncepata svih domena stječu se matematička znanja i vještine i razvijaju matematičke kompetencije koje podrazumijevaju prikazivanje i komuniciranje matematičkim jezikom, logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, matematičko modeliranje i rješavanje problema te uporabu tehnologije.

Važno je naglasiti da se odabirom primjerenih strategija poučavanja te kreativnim načinima izvedbe nastavnoga procesa može uvelike utjecati na razinu usvojenosti znanja i stjecanje vještina i stavova. U svim domenama matematika se povezuje sa stvarnim situacijama, a njezina svakodnevna primjena čini je važnom i nezamjenjivom za razvoj društva u cjelini.

### *Brojevi*

U domeni Brojevi učenici postupno usvajaju apstraktne pojmove kao što su broj, brojevni sustav i skup te razvijaju vještinu izvođenja aritmetičkih postupaka.

Brojiti i računati započinje se u skupu prirodnih brojeva s nulom. Postupno se upoznaju skupovi cijelih, racionalnih, iracionalnih, realnih i kompleksnih brojeva. Razvija se predodžba o brojevima, povezuju njihove različite interpretacije te se uporabom osnovnih svojstava i međusobnih veza računskih operacija usvaja vještina učinkovitoga i sigurnoga računanja.

Tijekom cijelog obrazovanja, odabirom prikladnoga načina računanja, procjenjujući i preispitujući smislenost rezultata, rješavaju se matematički problemi i problemi iz svakodnevnoga života, uz mogućnost uporabe različitih metoda i tehnologije u svrhu efikasnosti i točnosti.

Koncepti iz domene Brojevi osnova su svim ostalim matematičkim konceptima i na njima se gradi daljnje učenje matematike, a učenici će te koncepte u budućnosti svakodnevno upotrebljavati u osobnome, radnome i društvenome okružju.

## *Algebra i funkcije*

Algebra je jezik za opisivanje pravilnosti u kojemu slova i simboli predstavljaju brojeve, količine i operacije, a varijable se upotrebljavaju pri rješavanju matematičkih problema.

U domeni Algebra i funkcije učenici se služe različitim vrstama prikaza; grade algebarske izraze, tablice i grafove radi generaliziranja, tumačenja i rješavanja problemskih situacija. Uočavaju nepoznanice i rješavaju jednadžbe i nejednadžbe računski provođenjem odgovarajućih algebarskih procedura, grafički i služeći se tehnologijom kako bi otkrili njihove vrijednosti i protumačili ih u danome kontekstu. Određenim algebarskim procedurama koriste se i za primjenu formula i provjeravanje pretpostavki.

Prepoznavanjem pravilnosti i opisivanjem ovisnosti dviju veličina jezikom algebre učenici definiraju funkcije koje proučavaju, tumače, uspoređuju, grafički prikazuju i upoznaju njihova svojstva. Modeliraju situacije opisujući ih algebarski, analiziraju i rješavaju matematičke probleme i probleme iz stvarnoga života koji uključuju pravilnosti ili funkcijske ovisnosti.

## *Oblik i prostor*

Prostorni zor intuitivni je osjećaj za oblike i odnose među njima, a zajedno s geometrijskim rasuđivanjem razvija sposobnost misaone predodžbe objekta i prostornih odnosa.

Domena Oblik i prostor dio je geometrije koji se bavi proučavanjem oblika, njihovih položaja i odnosa.

Rastavljanjem i sastavljanjem oblika uspoređuju se njihova svojstva i uspostavljaju veze među njima. Iz uočenih svojstava i odnosa izvode se pretpostavke i tvrdnje koje se dokazuju crtežima i algebarskim izrazima.

Koristeći se geometrijskim priborom i tehnologijom, učenici će izvoditi geometrijske transformacije, istraživati i primjenjivati njihova svojstva te razviti koncepte sukladnosti i sličnosti.

Interakcijom s ostalim domenama i matematičkim argumentiranjem prostornih veza, rabeći prostorni zor i modeliranje, učenici pronalaze primjenu matematičkih rješenja u različitim situacijama. Prepoznaju ravninske i prostorne oblike i njihova svojstva u svakodnevnome okruženju te ih upotrebljavaju za opis i analizu svijeta oko sebe.

## *Mjerenje*

Mjerenje je uspoređivanje neke veličine s istovrsnom veličinom koja je dogovorena jedinica mjere.

U domeni Mjerenje usvajaju se standardne mjerne jedinice za novac, duljinu, površinu, volumen, masu, vrijeme, temperaturu, kut i brzinu te ih se mjeri odgovarajućim mjernim uređajima i kalendarom. Procjenjivanjem, mjerenjem, preračunavanjem i izračunavanjem veličina određuju se mjeriva obilježja oblika i pojava uz razložnu i učinkovitu upotrebu alata i tehnologije. Rezultati se interpretiraju i izražavaju u jedinici mjere koja odgovara situaciji.

Učenici će mjerenjem povezati matematiku s drugim odgojno-obrazovnim područjima, s vlastitim iskustvom, svakodnevnim životom u kući i zajednici te na radnome mjestu, prepoznati mjeriva obilježja ravninskih i prostornih oblika u umjetnosti te ih upotrebljavati za opis i analizu svijeta oko sebe.

## *Podatci, statistika i vjerojatnost*

Domena Podatci, statistika i vjerojatnost bavi se prikupljanjem, razvrstavanjem, obradom, analizom i prikazivanjem podataka u odgovarajućemu obliku. Podatke dane grafičkim ili nekim drugim prikazom treba znati očitati te ih ispravno protumačiti i upotrijebiti. Sve se to postiže koristeći se jezikom statistike. Ona podrazumijeva uporabu matematičkoga aparata kojim se računaju mjere srednje vrijednosti, mjere raspršenja, mjere položaja i korelacije podataka.

Nakon prepoznavanja veza među podatcima i promatrajući frekvencije pojavljivanja, dolazi se do pojma vjerojatnosti. Određuje se broj povoljnih i svih mogućih ishoda, procjenjuje se i izračunava vjerojatnost što nam omogućuje predviđanje događaja.



Slika 1. Matematički procesi i domene kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika

#### D. ODGOJNO-OBRAZOVNI ISHODI, SADRŽAJI I RAZINE USVOJENOSTI PO RAZREDIMA I ORGANIZACIJSKIM PODRUČJIMA

Odgajno-obrazovni ishodi kurikuluma nastavnoga predmeta Matematika opisani su sljedećim elementima:

- odgajno-obrazovni ishod
- razrada ishoda
- odgajno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
- sadržaji
- preporuke za ostvarivanje odgajno-obrazovnih ishoda.

Razina usvojenosti »dobar« odgajno-obrazovnog ishoda služi:

- unapređenju procesa učenja, poučavanja i vrednovanja ponajprije učiteljima i nastavnicima u planiranju metoda učenja kojima će se potaknuti viši kognitivni procesi u učenika i dublje učenje
- pomaže pri planiranju i provedbi vrednovanja, jer omogućuju jasnoću i dosljednost u interpretaciji dokaza o razvoju znanja, vještina, sposobnosti i stavova/vrijednosti učenika te su osnova za određivanje kriterija vrednovanja
- učenicima i roditeljima daju jasan iskaz očekivanja, ali i mogućnost samoprocjene napretka u predmetu Matematika u različitim trenucima učenikova odgajno-obrazovnog puta.

Sve razine usvojenosti (ostvarenosti) odgajno-obrazovnog ishoda objedinjene su u metodičkom priručniku nastavnoga predmeta Matematika.

Svakome odgajno-obrazovnom ishodu dodjeljuje se kratka oznaka, npr. MAT OŠ C.8.2.

- MAT označava predmet Matematika.
- OŠ označava da se ishod ostvaruje u osnovnoj školi, a SŠ u gimnaziji.
- Slovo oznaka (npr. C) označava odgovarajuću domenu predmeta Matematika:
  - A – Brojevi
  - B – Algebra i funkcije
  - C – Oblik i prostor
  - D – Mjerenje
  - E – Podatci, statistika i vjerojatnost.
- Prva brojka (npr. 8) označava u kojem se razredu ishod ostvaruje.

– Druga brojka (npr. 2) označava koji je to ishod po redu u navedenoj domeni.

## Osnovna škola Matematika 1. razred – 140 sati godišnje



Slika 2. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u prvoj godini učenja

### Matematika na kraju 1. razreda osnovne škole učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT OŠ A.1.1. Opisuje i prikazuje količine prirodnim brojevima i nulom.	Povezuje količinu i broj. Broji u skupu brojeva do 20. Prikazuje brojeve do 20 na različite načine. Čita i zapisuje brojeve do 20 i nulu brojkama i brojevnim riječima. Razlikuje jednoznamenaste i dvoznamenkaste brojeve. Objašnjava vezu između vrijednosti znamenaka i vrijednosti broja. Korelacija s Hrvatskim jezikom i stranim jezikom.	Određuje broj neposredno ispred i neposredno iza zadanoga broja, prikazuje brojeve na brojevnoj crti, razlikuje jednoznamenaste i dvoznamenkaste brojeve.
Sadržaj: Skup prirodnih brojeva do 20 i nula. Brojka, znamenka, brojevnja riječ. Brojevnja crta. Prethodnik i sljedbenik. Jednoznamenasti i dvoznamenkasti brojevi.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Važno je da učenici na konkretnim primjerima spoznaju pojam broja kako se brojenje ne bi svelo na mehaničko izgovaranje brojevnih riječi bez razumijevanja njihovih značenja. Brojeve, uz konkretne, mogu prikazivati i crtežima (u početku pripremljenim ilustracijama). S pomoću konkretnih predmeta osvjedoćuju se i da svaki sljedeći broj nastaje dodavanjem broja 1 prethodnomu broju. Na brojevnoj crti spoznat će prethodnik i sljedbenik (broj neposredno ispred i neposredno iza) određenoga broja te brojeve koji se nalaze između pojedinih brojeva. Učenici brojeve prikazuju na unaprijed pripremljenim brojevnim crtama. Postupno se spoznaje brojenje unaprijed i unatrag (redom i od zadanoga broja) te brojenje zadanim korakom počevši po 2 i 5 redom (po 2: 2, 4, 6...) i od zadanoga broja, (od broja 3 broje po 2: 3, 5, 7...).		
U početnome brojenju mogu se služiti i prstima. Deseticu možemo prikazati različitim skupinama od deset jedinica. Zornim primjerima učenicima se prikazuju brojevi na različite načine (skupovima, rastavljanjem na desetice i jedinice, rastavljanjem na zbroj različitih pribrojnika) kako bi osvijestili mogućnost različitih prikaza istoga broja. Na temelju iskustva učenika postupno se upoznaju znamenke kojima se zapisuju brojevi (od nula do devet), koristeći se jezikom izvorne stvarnosti, jezikom modela, jezikom slike, govornim jezikom i jezikom matematičkih znakova. U prvome razredu ne vrednuje se primjena riječi znamenka, brojka ili brojevnja riječ.		
MAT OŠ A.1.2. Uspoređuje prirodne brojeve do 20 i nulu.	Određuje odnos među količinama riječima: <i>više manje – jednako</i> . Određuje odnos među brojevima riječima: <i>veći manji – jednak</i> . Čita, zapisuje i tumači znakove $<$ , $>$ i $=$ pri uspoređivanju prirodnih brojeva do 20. Reda brojeve po veličini.	Uspoređuje brojeve znakovima uspoređivanja: $>$ , $<$ i $=$ .
Sadržaj: Uspoređivanje prirodnih brojeva do 20 i nule. Jednakost i nejednakost.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Pojmovi <i>više</i> , <i>manje</i> , <i>jednako</i> spoznaju se postupno. Započinje se uspoređivanjem skupova konkretnih predmeta, a potom se svakomu skupu pridružuje broj koji prikazuje koliko članova ima pa se ti brojevi uspoređuju. Važno je uočiti da se količine uspoređuju riječima: <i>više manje</i> , dok se brojevi uspoređuju riječima: <i>veći manji</i> . U početku zapisujemo odnos brojeva riječima <i>je veći od</i> , <i>je manji od</i> i <i>jednako je</i> , a tek na kraju učenike upoznajemo s matematičkim zapisom – znakovima nejednakosti i jednakosti. Potrebno je paziti da se znakovi $>$ , $<$ i $=$ stavljaju između brojeva, a ne između ilustracija. Cilj je da učenici shvate odnos dvaju brojeva, stoga ne treba pretjerivati s uporabom tih znakova u uzastopnim nejednakostima.		

<p>MAT OŠ A.1.3. Koristi se rednim brojevima do 20.</p>	<p>Čita i zapisuje redne brojeve. Uočava redosljed i određuje ga rednim brojem. Razlikuje glavne i redne brojeve. Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom i Tjelesnom i zdravstvenom kulturom.</p>	<p>Rednim brojevima prikazuje redosljed i određuje prvoga i posljednjega u redu.</p>
<p>Sadržaj: Redni brojevi do 20. Glavni i redni brojevi.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Na konkretnim primjerima odrediti mjesto u redu, nizu i sl., pravilno izgovarati, zapisati i čitati redni broj te razlikovati glavne i redne brojeve. Dobro je što češće postavljati pitanja <i>Koji po redu?</i> i <i>Koliko ih ima?</i> u konkretnim primjerima kako bi učenici razumjeli razliku između rednih i glavnih brojeva te kako bi osvijestili kada ih upotrebljavati.</p>		
<p>MAT OŠ A.1.4. MAT OŠ B.1.1. Zbraja i oduzima u skupu brojeva do 20.</p>	<p>Zbraja i oduzima brojeve do 20. Računske operacije zapisuje matematičkim zapisom. Imenuje članove u računskim operacijama. Primjenjuje svojstva komutativnosti i asocijativnosti te vezu zbrajanja i oduzimanja. Određuje nepoznati broj u jednakosti.</p>	<p>Zbraja i oduzima uz poneku pogrešku, rabi zamjenu mjesta i združivanje pribrojnika te vezu zbrajanja i oduzimanja zapisujući četiri jednakosti.</p>
<p>Sadržaj: Zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 20. Zamjena mjesta pribrojnika. Združivanje pribrojnika. Veza zbrajanja i oduzimanja (četiri jednakosti). Određivanje nepoznatoga broja u jednakosti primjenom veze zbrajanja i oduzimanja.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Uvod u zbrajanje i oduzimanje ostvaruje se s pomoću konkretna i primjera iz neposredne okoline povezujući zbrajanje s riječi <i>više</i>, a oduzimanje s riječi <i>manje</i>. Rabe se primjeri u kojima će učenici povezivati zbrajanje brojeva s izrazima <i>više od, i, ukupno</i> ili <i>za toliko više</i>, a oduzimanje s riječima <i>manje od, za toliko manje</i>. Prije prelaska na matematički zapis učenici povezuju račun i rješenje s izrazima <i>je, jednako, jednako je</i> ili <i>je jednako</i>. Kad je ovaj proces potpuno jasan, prelazi se na matematički zapis u kojemu se koriste znakovima + (više ili plus), – (manje ili minus) i = (je, jednako, jednako je, je jednako). Osobito je važno osvještivati znak = koji prikazuje jednakost lijeve i desne strane. Iako obično čitamo slijeva na desno, u jednakosti <math>4 + 2 = 6</math> može se reći i zapisati da je 6 jednako <math>4 + 2</math>. Nakon skupovnog pristupa zbraja se i oduzima i pristupom brojenja koji pokazujemo na brojevnoj crti. Važno je poticati automatizaciju zbrajanja i oduzimanja do 20 jer to je kasnije osnova za mentalno i pisano računanje s većim brojevima. Učenici trebaju upoznati nazive za članove računskih operacija. U početnoj nastavi matematike učenici se upoznaju s oba naziva, i računski radnja i računski operacija, no s vremenom se teži ujednačenoj uporabi izraza <i>računska operacija</i>. Svojstvo komutativnosti učenici uočavaju na konkretnim primjerima, kao i zbrajanje triju pribrojnika, s tim da se sada ne koriste zagradama, nego se redosljedom zbrajanja ističe svojstvo asocijativnosti (različitim združivanjima pribrojnika zbroj ostaje isti). Npr. u računu <math>5 + 1 + 5</math> lakše je združiti <math>5 + 5</math> i tomu pribrojiti 1. Primjer četiri jednakosti: <math>3 + 7 = 10</math>, <math>7 + 3 = 10</math>, <math>10 - 3 = 7</math>, <math>10 - 7 = 3</math>. Učenici se ne služe nazivima <i>komutativnost</i> i <i>asocijativnost</i>. Dodatni kod ishoda (B.1.1.) označava da se njime ostvaruju i sadržaji domene B, Algebra i funkcije (određivanje nepoznatoga broja u jednakosti primjenom veze zbrajanja i oduzimanja).</p>		
<p>MAT OŠ A.1.5. Matematički rasuđuje te matematičkim jezikom prikazuje i rješava različite tipove zadataka.</p>	<p>Postavlja matematički problem (određuje što je poznato i nepoznato, predviđa/istražuje i odabire strategije, donosi zaključke i određuje moguća rješenja). Koristi se stečenim spoznajama u rješavanju različitih tipova zadataka (računski zadatci, u tekstualnim zadacima i problemskim situacijama iz svakodnevnog života). Odabire matematički zapis uspoređivanja brojeva ili računsku operaciju u tekstualnim zadacima. Smišlja zadatke u kojima se pojavljuju odnosi među brojevima ili potreba za zbrajanjem ili oduzimanjem. Prošireni sadržaji: Rješava složenije problemske situacije i mozgalice.</p>	<p>Matematičkim jezikom na različite načine prikazuje i rješava jednostavne brojeve izraze na temelju kojih donosi zaključke u različitim okolnostima.</p>
<p>Sadržaj: Problemske situacije. Računski i tekstualni zadatci. Prošireni sadržaj: Složenije problemske situacije. Mozgalice.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovaj ishod objedinjava učenikove spoznaje o brojevima pa ih uspoređuje i računa s njima. Postupnim usvajanjem matematičkih znanja i vještina, učenici razvijaju i matematičke procese koji će se ovim ishodom još više produbiti i ostvariti. Time će se na primjeren način pripremiti učenike za rješavanje problemskih situacija u svakodnevnom životu, kao i unaprijediti njegove matematičke kompetencije za daljnje obrazovanje. Učenike se postupno uvodi u postupak rješavanja tekstualnih zadataka i problemskih situacija. Zadatak je važno pročitati s razumijevanjem, promisliti o tome što je poznato, a što se traži, promisliti kako doći do traženoga podatka i na kraju odgovoriti na postavljeno pitanje. Od samoga početka potrebno je učenike poticati da problemsku situaciju prikažu (modeliraju) slobodnim crtežima, skicama ili konkretnim primjerima jer to pridonosi uspješnosti rješavanja zadataka te stvara naviku skiciranja zadatka koja će im dobro doći u složenijim problemima. Primjeri:</p>		



Zadovoljavajuća razina: Od konkretna koji čine 3 i 4 jabuke zapisati matematičkim izrazom zbrajanje i izmisliti tekstualni zadatak (ili obratno: iz tekstualnoga zadatka prikazati crtežom ili konkretno i zapisati račun...).

$$14 - \_ = 10, 3 \_ 4 = 7, 13 > \_ > 11.$$

Koja su mjesta u natjecanju osvojili učenici između 3. i 10. mjesta?

Koliko škola ima učionica, ako su u prizemlju 4 učionice, a na katu je 6 učionica?...

Dobra razina: Zbrajanje pribrojnika ( $2 + 6 + 8 = 2 + 8 + 6 = \dots$  ili  $9 + 3 + 7 = 9 + 1 + 2 + 7 = 7 + 3 + 9 = \dots$ ).

Je li Matku dovoljno 10 bombona da ih podijeli na svoja 3 prijatelja i 4 prijateljice? Bi li mu bilo dovoljno bombona za dvije košarkaške momčadi po 5 igrača?

Za što Matku ne bi bilo dovoljno 10 bombona?...

Vrlo dobra razina: Iva je kupila bilježnicu koja košta 6 kuna i olovku koja košta 2 kune manje. Koliko je potrošila?

Je li Matku dovoljno 20 bombona da ih podijeli na svojih 11 prijatelja i 9 prijateljica? Ima li tada bombon i za sebe?...

Iznimna razina: Iva u knjižari kupuje školski pribor. Bilježnica stoji 6 kuna, olovka 4 kune, guma 9 kuna i šiljilo 12 kuna. Iva ima 19 kuna. Što bi Iva mogla kupiti?

Ili: Maja i Tin imaju zajedno 7 bombona. Maja ima 3 bombona više od Tina. Koliko bombona ima Tin?

MAT OŠ B.1.2. Prepoznaje uzorak i nastavlja niz.	Uočava uzorak nizanja. Objašnjava pravilnost nizanja. Objasni kriterije nizanja. Niže po zadanome kriteriju. Korelacija s Hrvatskim jezikom, Likovnom kulturom, Glazbenom kulturom, Prirodom i društvom, Tjelesnom i zdravstvenom kulturom.	Nastavlja nizati jednostavne nizove.
---	--	--------------------------------------

Sadržaj: Nizovi. Brojevni nizovi.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Učenici mogu uočavati pravilnosti nizanja u svakodnevnome okruženju (izmjena dana i noći, dani u tjednu, prozori na školskoj zgradi, refren pjesme i slično). Zadaci u kojima se od učenika zahtijeva da nastave niz potiču logičko mišljenje, ali u njihovu osmišljavanju valja paziti da je dano dovoljno objekata u nizu kako bi se tražena pravilnost zaista mogla jedinstveno utvrditi. Dobro je zahtijevati od učenika da svojim riječima objasne po kojemu se pravilu objekti u nizu nižu. Budući da je ovaj ishod usko povezan s brojenjem, možemo od učenika tražiti i da broje po 2 počevši od broja 5. Tu je zadan samo kriterij nizanja, a oni sami moraju odrediti brojeve u nizu. Primjer zadatka u kojemu je nizanje prema kriteriju jest i zadatak u kojemu se, na primjer traži da se žuti trokut i krug te plavi pravokutnik i kvadrat slože u niz prema boji (a) ili slože u niz prema obliku (b)...

MAT OŠ C.1.1. Izdvaža i imenuje geometrijska tijela i likove i povezuje ih s oblicima objekata u okruženju.	Imenuje i opisuje kuglu, valjak, kocku, kvadar, piramidu i stožac. Imenuje ravne i zakrivljene plohe. Ravne plohe geometrijskih tijela imenuje kao geometrijske likove: kvadrat, pravokutnik, trokut i krug. Imenuje i opisuje kvadrat, pravokutnik, krug i trokut. Korelacija s međupredmetnom temom Zdravlje.	Izdvaža i imenuje geometrijska tijela i likove predstavljene objektima iz neposredne okoline i didaktičkim modelima.
--	--	--

Sadržaj: Geometrijska tijela (kugla, valjak, kocka, kvadar, piramida, stožac) i likovi (trokut, kvadrat, pravokutnik, krug). Ravne i zakrivljene plohe.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Učenje geometrije počinje upoznavanjem geometrijskih tijela jer su učenicima trodimenzionalni prostor i oblici u njemu bliski. Važno je napomenuti da upoznavanje geometrijskih tijela započinje na konkretnim modelima, a ne na crtežima, slikama, ilustracijama. Učenici tijela uzimaju u ruke, okreću ih, razgledavaju i imenuju. Iz skupa modela izdvajaju kugle ili kocke. Povezuju predmete iz okoline s geometrijskim tijelima, odnosno izdvajaju oblik predmeta (ormar, krov, lopta i slično). Tek kad su tijela zorno poznata, prelazi se na njihove ilustracije. U prikazivanju tijela važno je paziti da ona budu prikazana u različitim položajima (ne uvijek usporedno s rubom papira). Geometrijske likove učenici upoznaju kao ravne plohe geometrijskih tijela. Tako se stvara jasna poveznica među geometrijskim objektima. Važno je naglasiti da u početku likove treba bojiti ili izrađivati i rezati iz kolažnoga papira kako bi učenik doživio cijeli lik, a ne samo njegove stranice. S učenicima je potrebno provoditi niz aktivnosti koje uključuju slaganja i razlaganja modela geometrijskih oblika te slaganja različitih slagalica geometrijskim oblicima, poput tangrama. Pritom bi slagalice najprije slagali prema zadanome predlošku, a potom bi smislene likove kreirali sami prema zadanim kriterijima.

Primjer: Složi lik mačke. Pri slaganju upotrijebi 1 krug, 2 trokuta, 2 pravokutnika i 4 kvadrata. Takvim aktivnostima, učenici samostalno uočavaju odnose veličina i oblika dijelova spomenutih slagalica te im se na taj način postupno može prikazati i objasniti pojam cjeline (cijeloga) i polovine. Takvim primjerima ostvaruju se poveznice s ishodima B.1.2. i E.1.1. te se postižu dobri temelji za učenje nastavnih sadržaja viših razina (množenje, dijeljenje, statistički prikazi i slično). Učenici skiciraju/crtaju likove i predmete oblika geometrijskih tijela.

MAT OŠ C.1.2. Crta i razlikuje ravne i zakrivljene crte.	Razlikuje i crta ravne i zakrivljene crte. Koristi se ravnalom. Prošireni sadržaji: Razlikuje i crta otvorene, zatvorene i izlomljene crte. Korelacija s Likovnom kulturom.	Crta zakrivljene i ravne crte te se koristi ravnalom pri crtanju ravnih crta.
---	--	---

Sadržaj: Ravne i zakrivljene crte.

Prošireni sadržaj: Otvorene, zatvorene i izlomljene crte.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Nakon što su učenici naučili prepoznati ravnu i zakrivljenu crtu, mogu ih povezati s bridovima geometrijskih tijela, odnosno stranicama geometrijskih likova. Pri služenju ravnalom treba imati strpljenja jer riječ je o početnoj motoričkoj vještini koja traži dosta uvježbavanja.

MAT OŠ C.1.3. Prepoznaje i ističe točke.	Prepoznaje istaknute točke i označava ih velikim tiskanim slovima. Određuje vrhove geometrijskih tijela i likova kao točke. Crta (ističe) točke. Korelacija s Likovnom kulturom i Tjelesnom i zdravstvenom kulturom.	Označava i imenuje točke na ilustracijama geometrijskih tijela i likova.
---	---	--

Sadržaj: Točka. Točka kao sjecište crta.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Prepoznati točku kao vrh na geometrijskim tijelima i likovima, odrediti točku kao sjecište crta, uočiti da se točka može istaknuti na bilo kojemu mjestu u prostoru te da točaka prema tome ima mnogo. Točku istaknuti točkom ili križićem u 1. i 2. razredu, a u 3. razredu inzistirati na njezinu isticanju samo točkom.		
MAT OŠ D.1.1. Analizira i uspoređuje objekte iz okoline prema mjerivu svojstvu.	Prepoznaje odnose među predmetima: dulji – kraći – jednako dug, veći – manji – jednak. Određuje najdulji, najkraći, najveći, najmanji objekt.	Uspoređuje, razvrstava i niže objekte prema mjerivu svojstvu.
Sadržaj: Odnosi među predmetima (dulji – kraći – jednako dug, veći – manji – jednak).		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Odnosi među predmetima primjenjuju se na objekte iz svakodnevnoga života, ali i na naučena tijela i likove. Dajemo primjere duljega i kraćega konopca, veće i manje lopte... Važno je naglasiti da se predmeti uspoređuju prema istome svojstvu (viši predmet može biti manji, a niži predmet može biti veći, npr. neboder je viši, a zgrada često veća). Uz dobro odabrane primjere učenici će osvješćivati razlike među tim pojmovima.		
MAT OŠ D.1.2. Služi se hrvatskim novcem u jediničnoj vrijednosti kune u skupu brojeva do 20.	Prepoznaje hrvatske kovanice i novčanice vrijednosti: 1 kuna, 2 kune, 5 kuna, 10 kuna i 20 kuna. Služi se kunama i znakom jedinične vrijednosti kuna. Uspoređuje vrijednosti kovanica i novčanica te računa s novcem u skupu brojeva do 20. Objašnjava svrhu i korist štednje. Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom, satom razrednika, međupredmetnim temama Poduzetništvo i Građanski odgoj i obrazovanje.	Uspoređuje vrijednosti hrvatskih kovanica i novčanica od 1 kn, 2 kn, 5 kn, 10 kn i 20 kn.
Sadržaj: Hrvatske kovanice i novčanice u jediničnoj vrijednosti kune u skupu brojeva do 20. Uspoređivanje vrijednosti kovanica i novčanica. Računanje s novcem u skupu brojeva do 20.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Učenik se i prije polaska u školu susreće s novcem. U svrhu financijske pismenosti i potrebe uporabe novca u stvarnome životu, učenik u prvome razredu upoznaje osnovnu jediničnu vrijednost hrvatskoga novca, kunu, s kojom može i računati u skupu brojeva do 20. Poželjno je što više koristiti se modelima novca kako bi učenici razvili vještinu služenja njime. Učenike je dobro potaknuti na štednju i uviđanje njezine koristi, kao i razumno upravljanje novcem u problemskim situacijama važnima za život (može se spomenuti i negativan utjecaj reklama u kontroliranome raspolaganju novcem).		
MAT OŠ E.1.1. Služi se podacima i prikazuje ih piktogramima i jednostavnim tablicama.	Određuje skup prema nekome svojstvu. Prebrojava članove skupa. Uspoređuje skupove. Prikazuje iste matematičke pojmove na različite načine (crtež, skup, piktogram i jednostavna tablica). Čita i tumači podatke prikazane piktogramima i jednostavnim tablicama. Prošireni sadržaji: Prikazivanje podataka različitih nastavnih predmeta. Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom, međupredmetnim temama Učiti kako učiti i Poduzetništvo.	Čita i prikazuje podatke piktogramima.
Sadržaj: Čitanje, tumačenje i prikazivanje podataka. Piktogrami i jednostavne tablice. Prošireni sadržaj: Prikazivanje podataka različitih nastavnih predmeta.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: U matematici, ali i u stvarnome životu, podatci se često prikazuju dijagramima ili tablicama. Te reprezentativne forme učenici susreću u različitim predmetima i različitim situacijama, stoga je dobro naučiti se služiti njima. U prvome razredu koristimo se samo jednostavnim primjerima, a podatci u njima moraju biti iz neposredne učeničke okoline (npr. količina/broj učitelja, dječaka i djevojčica u nekome razredu, količina/broj učenika koji imaju određenu boju očiju, količina/broj učenika koji se bave nekim hobbijem...). U početku učenici te podatke slikovno (količinski) uspoređuju na crtežima, u skupovima ili piktogramima, a kasnije i brojačano u tablicama radi donošenja jednostavnih i učenicima bliskih zaključaka. Primjer piktograma: Prikazano je voće koje učenici iz jednoga razreda najviše vole. Koliko učenika najviše voli banane? Koliko naranče? Koje voće djeca najradije jedu? U tabličnim prikazima važno je ispravno se koristiti izrazima <i>redak</i> i <i>stupac</i> .		



Slika 3. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u drugoj godini učenja

**Matematika na kraju 2. razreda osnovne škole učenik:**

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT OŠ A.2.1. Služi se prirodnim brojevima do 100 u opisivanju i prikazivanju količine i redoslijeda.	Broji, čita i zapisuje brojkom i brojevnom riječi te uspoređuje prirodne brojeve do 100. Prikazuje brojeve na različite načine. Uočava odnose među dekadskim jedinicama (jedinice, desetice, stotice). Objašnjava odnos broja i vrijednosti pojedine znamenke. Razlikuje glavne i redne brojeve do 100. Korelacija s Hrvatskim jezikom i Prirodom i društvom.	Prikazuje dvoznamenkaste brojeve u tablici mjesnih vrijednosti ili na brojevnoj crti te prikazuje odnose dekadskih jedinica, uspoređuje i upotrebljava brojeve u opisivanju količine.
Sadržaj: Skup prirodnih brojeva do 100. Dekadske jedinice i mjesna vrijednost. Uspoređivanje brojeva do 100. Redni brojevi do 100.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Postupci brojenja, pravilnoga čitanja, pisanja brojkom i brojevnom riječi, uspoređivanje i prikazivanje brojeva usvaja se na konkretnim materijalima kako bi se pravilno oblikovao koncept broja. Pri uspoređivanju brojeva učenicima se prikazuje odnose i na brojevnoj crti. Povezuje se brojeva riječ, zapis broja i njegovo rastavljanje na desetice i jedinice. Potrebno je razlikovati sto i stotinu od stotice te zorno i jasno prikazati odnos stotice i 10 desetica, odnosno 100 jedinica. Učenici bi trebali razlikovati i pravilno zapisivati glavne i redne brojeve do 100.		
MAT OŠ A.2.2. Koristi se rimskim brojkama do 12.	Nabraja osnovne i pomoćne rimske znamenke. Objašnjava pravila pisanja rimskih brojki. Rimskim znamenkama zapisuje i čita brojeve do 12. Korelacija s Hrvatskim jezikom i Prirodom i društvom.	Čita i zapisuje brojeve do 12 rimskim znamenkama.
Sadržaj: Rimske brojke do 12. Brojka, znamenka.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: U neposrednoj okolini uočavaju se rimske brojke (sat, kalendar). Učenike se može upoznati s povijesnim razvojem arapskih i rimskih znamenaka.		
MAT OŠ A.2.3. Zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do 100.	Mentalno zbraja i oduzima u skupu brojeva do 100. Primjenjuje svojstvo komutativnosti te vezu među računskim operacijama. Procjenjuje rezultat zbrajanja i oduzimanja. Zbraja i oduzima više brojeva. Rješava tekstualne zadatke.	Zbraja i oduzima u skupu brojeva do 100 detaljno zapisujući postupak te uz manju nesigurnost pri prijelazu desetice.
Sadržaj: Zbrajanje i oduzimanje desetica. Zbrajanje dvoznamenkastih i jednoznamenkastih brojeva. Oduzimanje jednoznamenkastih brojeva od dvoznamenkastih. Zbrajanje i oduzimanje dvoznamenkastih brojeva do 100. Zbrajanje i oduzimanje više brojeva.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Zbrajanje i oduzimanje brojeva do 100 temelji se na automatizaciji zbrajanja i oduzimanja u skupu brojeva do 20 kao i na spoznaji veze zbrajanja i oduzimanja. Postupak zbrajanja i oduzimanja provodi se postupno, prvo s primjerima bez prijelaza desetice, a tek zatim s primjerima s prijelazom desetice. Uvažavajući i individualni način računanja te nakon procjene učeničke spremnosti, može se prijeći s detaljnoga zapisivanja svih koraka u postupku na kraći zapis. Poželjno je da učenici ovladaju mentalnim postupkom zbrajanja i oduzimanja brojeva do 100 i izrazima <i>uvećaj za</i> i <i>umanji za</i> te da mogu odrediti broj koji je za toliko veći ili za toliko manji od nekoga broja. Procjena rezultata razvija logičko mišljenje i preduvjet je za primjenu zbrajanja i oduzimanja u stvarnim situacijama (npr. tijekom kupnje). Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna su očekivanja na najvišoj razini. Učenicima s teškoćama u računanju može se pomoći tablicom brojeva do 100 pri čemu učenik zorno može odrediti brojeve za deset veće ili manje od zadanoga broja, kao i prethodnik i sljedbenik (učenika s teškoćom potrebno je poticati da postupno ostavi tablicu s brojevima, tj. da se njome koristi samo kada i koliko je potrebno).		

<p>MAT OŠ A.2.4.</p> <p>Množi i dijeli u okviru tablice množenja.</p>	<p>Množi uzastopnim zbrajanjem istih brojeva.</p> <p>Dijeli uzastopnim oduzimanjem istih brojeva.</p> <p>Množi i dijeli u okviru tablice množenja.</p> <p>Određuje višekratnike zadanoga broja.</p> <p>Određuje polovinu, trećinu, četvrtinu itd. zadanoga broja.</p> <p>Određuje parne i neparne brojeve. Primjenjuje svojstvo komutativnosti množenja.</p> <p>Primjenjuje vezu množenja i dijeljenja.</p> <p>Izvodi četiri jednakosti. Imenuje članove računskih operacija.</p> <p>Poznaje ulogu brojeva 1 i 0 u množenju i dijeljenju.</p> <p>Množi i dijeli brojem 10.</p> <p>U zadacima s nepoznatim članom određuje nepoznati broj primjenjujući vezu množenja i dijeljenja.</p> <p>Rješava tekstualne zadatke.</p>	<p>Množi i dijeli u okviru tablice množenja s manjom nesigurnošću, primjenjuje svojstvo komutativnosti i vezu množenja i dijeljenja te izvodi četiri jednakosti.</p>
<p>Sadržaj: Množenje brojeva. Zamjena mjesta faktora. Dijeljenje brojeva. Množenje brojevima 1 i 0. Brojevi 1 i 0 u dijeljenju. Množenje i dijeljenje brojem 10. Tablica množenja. Parni i neparni brojevi. Veza množenja i dijeljenja (četiri jednakosti).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Potrebno je postupno i zorno na različite načine usvajati množenje kao uzastopno zbrajanje istih pribrojnika te dijeljenje kao uzastopno oduzimanje istih brojeva od zadanoga broja.</p> <p>Učenike je potrebno poučiti i računanju partitivnim dijeljenjem (<math>28 : 4 = (20 + 8) : 4 = 20 : 4 + 8 : 4 = \dots</math>) kako bi postupak dijeljenja lakše usvajali te istodobno i prihvaćali matematičke zakonitosti. Svojstvo komutativnosti te veza množenja i dijeljenja u računanju primjenjuju se kao pomoć. Učenici se poučavaju kako odrediti broj koji je nekoliko puta veći od zadanoga broja i nekoliko puta manji od zadanoga broja, određuju višekratnike (trokratnik, četverkratnik...) brojeva u okviru tablice množenja te se snalaze u samoj tablici. Dovoljno vremena valja posvetiti razlikovanju izraza <i>uvećaj za</i> (zbrajanje) i <i>uvećaj nekoliko puta</i> (množenje) te <i>umanji za</i> (oduzimanje) i <i>umanji nekoliko puta</i> (dijeljenje). Učenici će usvojiti pravilo o množenju i dijeljenju brojem 10, odrediti parne i neparne brojeve, određivati polovinu, trećinu, četvrtinu itd. nekoga broja te posebno obratiti pozornost na ulogu brojeva 1 i 0 u množenju i dijeljenju. Polovinu, trećinu, četvrtinu... učenici prepoznaju i grafički prikazuju tortnim prikazom (korelacija s E.2.1.). Upoznat će se s nazivima članova računskih operacija (u množenju učenici upoznaju hrvatsko nazivlje: čimbenici i umnožak, te internacionalno nazivlje: faktori i produkt, pri čemu kasnije valja poticati uporabu riječi faktori zbog potrebe u višim razredima; u dijeljenju to su djeljenik, djelitelj i količnik. U 2. razredu očekujemo da učenici razumiju koncept množenja i dijeljenja, da postupno usvoje tablicu množenja te da odrede u kojim se situacijama množenje i dijeljenje primjenjuje. Treba težiti automatizaciji tablice množenja. Na temelju predznanja o vezi zbrajanja i oduzimanja treba uočiti vezu množenja i dijeljenja i rješavati četiri jednakosti.</p> <p>Primjer: <math>3 \cdot 7 = 21</math>, <math>7 \cdot 3 = 21</math>, <math>21 : 3 = 7</math>, <math>21 : 7 = 3</math>.</p>		
<p>MAT OŠ A.2.5.</p> <p>Primjenjuje pravila u računanju brojevnikih izraza sa zagradama.</p>	<p>Rješava zadatke sa zagradama. Primjenjuje pravila u rješavanju tekstualnih zadataka.</p>	<p>Računa sa zagradama s više od dviju računskih operacija.</p>
<p>Sadržaj: Zadaci sa zagradama.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Zorno združivati pribrojnike na različite načine te napisati brojevni izraz koristeći se zagradama. Objasniti postupak rješavanja zadataka sa zagradama i bez njih.</p>		
<p>MAT OŠ A.2.6.</p> <p>Primjenjuje četiri računске operacije te odnose među brojevima.</p>	<p>Primjenjuje usvojene matematičke spoznaje o brojevima, računskim operacijama i njihovim svojstvima u rješavanju različitih tipova zadataka u svakodnevnim situacijama.</p>	<p>Postavlja i analizira jednostavniji problem, planira njegovo rješavanje odabirom odgovarajućih matematičkih pojmova i postupaka, rješava ga i provjerava rezultat.</p>
<p>Sadržaj: Izvođenje više računskih operacija. Rješavanje problemskih situacija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Učenike će se poučiti skraćenom zapisu poznatih, nepoznatih i traženih podataka u tekstualnim zadacima (moguće je i skicirati zadatak i postupke pri rješavanju, primjerice piktogramima, jednostavnim dijagramima te se služiti tim prikazima pri njihovu rješavanju). Učenici se trebaju osamostaljavati u postavljanju i rješavanju brojevnikih izraza s više računskih operacija.</p> <p>Korisno je znati kada koju matematičku spoznaju možemo upotrijebiti kako bismo došli do rješenja. To je posebno važno u primjeni matematičkoga rasuđivanja izvan školskih okvira. Kako bi se ta primjena osvijestila, potrebno je zadavati raznolike zadatke, pa i problemske zadatke u kojima učenici moraju osmisliti kojom strategijom ili računskom operacijom mogu problem riješiti. Na primjer, pri uvježbavanju oduzimanja dobro je osmisliti zadatke u kojima treba primijeniti i neku drugu poznatu računsku operaciju. Na taj će način učenici osvijestiti važnost čitanja u svrhu razumijevanja i uspješnoga rješavanja zadatka.</p>		
<p>MAT OŠ B.2.1.</p> <p>Prepoznaje uzorak i kreira niz objašnjavajući pravilnost nizanja.</p>	<p>Uočava pravilnosti nizanja brojeva, objekata, aktivnosti i pojava.</p> <p>Određuje višekratnike kao brojevni niz.</p> <p>Kreira nizove.</p> <p>Objašnjava kriterije nizanja.</p> <p>Korelacija s Likovnom kulturom i Prirodom i društvom.</p>	<p>Jednostavnim riječima opisuje kriterije nizanja i nastavlja niz.</p>
<p>Sadržaj: Nizovi. Brojevni nizovi.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Učenici mogu uočiti brojne pojave iz okruženja u kojima uočavaju pravilnosti nizanja (dan – noć, godišnja doba, mjeseci u godini, prozori na školskoj zgradi i slično). Posebno su zanimljivi nizovi brojeva (niz prirodnih brojeva, višekratnici). Potrebno je poticati učenike da te uočene pravilnosti nizanja opisuju matematičkim jezikom.</p>		
<p>MAT OŠ B.2.2.</p> <p>Određuje vrijednost nepoznatoga člana jednakosti.</p>	<p>Određuje vrijednost nepoznatoga člana u jednakosti i dobiveno rješenje provjerava.</p> <p>Primjenjuje svojstva računskih operacija.</p> <p>Primjenjuje veze među računskim operacijama.</p> <p>Prošireni sadržaji:</p> <p>Rabi slovo kao oznaku za broj.</p>	<p>Određuje vrijednost nepoznatoga člana u računskome izrazu uz manju nesigurnost.</p>

<p>Sadržaj: Određivanje vrijednosti nepoznatoga člana jednakosti.          Prošireni sadržaj: Slovo kao oznaka za broj.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Poželjno je nepoznati član zapisati djeci bliskim znakom (ne nužno i ne odmah slovom, to neka bude mogućnost s učenicima iznimno visokih sposobnosti). U zadatcima s nepoznatim članom učenici mogu do rješenja doći i odbrojanjem (pri zbrajanju i oduzimanju) ili prisjećanjem (pri množenju i dijeljenju). Učenike potičemo na pronalaženje i provjeru rješenja suprotnom računskom operacijom.          Primjer 1. <math>25 + \square = 50</math> rješava se vezom zbrajanja i oduzimanja <math>\square = 50 - 25, 25 + 25 = 50</math>          Primjer 2. <math>\square + 35 = 100</math> rješava se vezom zbrajanja i oduzimanja <math>\square = 100 - 35, 35 + 65 = 100</math>          Primjer 3. <math>\heartsuit + 35 = 45, \heartsuit = 45 - 35, \heartsuit = 10</math>          Primjer 4. <math>\clubsuit + \spadesuit = 30, \clubsuit + \heartsuit = 20, \spadesuit = 20</math>          Primjer 5. Ivan ima 30 godina. Njegov tata ima 65 godina. Koliko je Ivanov tata stariji od njega? Ili: Koliko je godina imao Ivanov tata kad se Ivan rodio?  <math>40 + ? = 65</math> rješava se vezom zbrajanja i oduzimanja <math>65 - 40 = ?</math></p>		
<p>MAT OŠ C.2.1.          Opisuje i crta dužine.</p>	<p>Spaja točke crtama.          Opisuje dužinu kao najkraću spojnicu dviju točaka.          Određuje krajnje točke dužine.          Crta dužinu i primjenjuje oznaku za dužinu.          Određuje pripadnost točaka dužini.          Određuje bridove geometrijskih tijela i stranice geometrijskih likova kao dužine.</p>	<p>Opisuje dužinu i određuje krajnje točke dužine kao pripadne točke dužini.</p>
<p>Sadržaj: Dužina kao najkraća spojnica dviju točaka. Krajnje točke. Stranice kvadrata, pravokutnika i trokuta. Bridovi geometrijskih tijela.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Usvojiti pojam dužine kao najkraće spojnice dviju točaka, prepoznati ju kao stranicu geometrijskoga lika, odnosno brid geometrijskoga tijela. Potrebno je poticati pravilno i uredno crtanje, imenovanje i zapis točke i dužine. Opisati međusobne odnose matematičkim jezikom.</p>		
<p>MAT OŠ C.2.2.          Povezuje poznate geometrijske objekte.</p>	<p>Opisuje plohe (strane) kocke, kvadra i piramide kao likove, bridove kao dužine, a vrhove kao točke.          Opisuje stranice i vrhove trokuta, pravokutnika i kvadrata kao dužine, odnosno točke.          Korelacija s međupredmetnom temom Učiti kako učiti.</p>	<p>Povezuje odnose među geometrijskim tijelima i likovima te dužinama i točkama.</p>
<p>Sadržaj: Povezivanje geometrijskih objekata (geometrijska tijela, geometrijski likovi, dužine i točke).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          S učenicima je poželjno osmisliti što više aktivnosti koje uključuju slaganja i razlaganja modela geometrijskih oblika te slaganja različitih slagalica geometrijskim oblicima, poput tangrama. Pritom bi slagalice najprije slagali prema zadanome predlošku, a potom bi smislene likove kreirali sami prema zadanim kriterijima.          Primjer: Složi lik dinosaura. Pri slaganju upotrijebi 3 kruga, 5 trokuta, 3 pravokutnika i 4 kvadrata.          Takvim aktivnostima učenici samostalno uočavaju odnose veličina i oblika dijelova spomenutih slagalica te im se na taj način postupno može prikazati i objasniti, uz već poznat pojam cjeline (cijeloga) i polovine, i pojam četvrtine i osmine. Takvim primjerima ostvaruje se poveznica s ishodima A.2.4., B.2.1., D.2.3. i E.2.1.</p>		
<p>MAT OŠ D.2.1.          Služi se jedinicama za novac.</p>	<p>Prepoznaje hrvatske novčanice i kovanice.          Poznaje odnos veće i manje novčane jedinice.          Služi se jedinicama za novac i znakovima njegovih jediničnih vrijednosti.          Računa s jedinicama za novac (u skupu brojeva do 100).</p>	<p>Uspoređuje određene iznose novca prikazujući ih različitim jedinicama i modelima novca.</p>
	<p>Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom, Satom razrednika, međupredmetnim temama Poduzetništvo i Građanski odgoj i obrazovanje.</p>	
<p>Sadržaj: Jedinice za novac. Hrvatske novčanice i kovanice. Uspoređivanje jedinica za novac. Računanje s jedinicama za novac (u skupu brojeva do 100).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Učenici će upotrijebiti spoznaje o hrvatskim novčanicama i kovanicama stečenima u prvome razredu te primijeniti računanje (u skupu brojeva do 100) s vrijednostima novca u primjerima iz neposredne stvarnosti. U razredu je dobro služiti se modelima novca kako bi učenici razvili vještinu služenja njime.</p>		

<p>MAT OŠ D.2.2.</p> <p>Procjenjuje, mjeri i crta dužine zadane duljine.</p>	<p>Mjeri nestandardnim mjernim jedinicama (na primjer korakom, laktom, pedljem, palcem).</p> <p>Poznaje jedinične dužine za mjerenje dužine i njihov međusobni odnos (metar i centimetar).</p> <p>Imenuje i crta dužinu zadane duljine.</p> <p>Mjeri dužinu pripadajućim mjernim instrumentom i zadanom mjernom jediničnom dužinom.</p> <p>Zapisuje duljinu dužine mjernim brojem i znakom mjerne jedinice. Duljinu dužine zapisuje matematičkim simbolima.</p> <p>Procjenjuje duljinu dužine i najkraće udaljenosti objekata u metrima.</p> <p>Računa s jedinicama za mjerenje dužine (u skupu brojeva do 100).</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom i Tjelesnom i zdravstvenom kulturom.</p>	<p>Procjenjuje duljinu dužine te mjeri dužine i crta dužine zadane duljine.</p>
--	--	---

Sadržaj: Procjena i mjerenje duljine dužine. Računanje s jedinicama za mjerenje dužine (u skupu brojeva do 100).

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Pri poučavanju je potrebno razlikovati pojam dužine i duljine dužine kao njezina mjeriva svojstva (mjerimo dužinu kako bismo doznali njezinu duljinu). Svako mjerenje počinjemo uspoređivanjem predmeta po duljini riječima *dulji kraći – jednako dug*. Nakon toga slijede neformalni načini mjerenja – mjeri se korakom, laktom i slično. Upoznaju se standardne mjerne jedinice i njihove oznake. Kako bi se osvijestila veličina standardnih jedinica, učenike se potiče da rukama pokazuju jediničnu dužinu od jednoga metra i centimetra. Mogu na svome tijelu pronaći neku veličinu za usporedbu koja im kasnije može pomoći u procjeni (povezati na primjer udaljenost od ramena do vrha prstiju suprotne ruke s metrom, širinu prsta s centimetrom i slično). Duljina dužine zapisuje se matematičkim simbolima (mjernim brojem i jediničnom dužinom). Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, ali razumna su očekivanja na vrlo dobroj razini.

<p>MAT OŠ D.2.3.</p> <p>Procjenjuje i mjeri vremenski interval.</p>	<p>Prati prolaznost vremena na satu ili štoperici.</p> <p>Navodi standardne mjerne jedinice za vrijeme (sekunda, minuta, sat, dan, tjedan, mjesec, godina), procjenjuje i mjeri prolaznost vremena odgovarajućim mjernim instrumentom i zapisuje duljinu vremenskoga intervala.</p> <p>Navodi odnose mjernih jedinica za vrijeme.</p> <p>Računa s jedinicama za vrijeme u skupu brojeva do 100.</p> <p>Korelacija s Prirodom i društvom.</p>	<p>Procjenjuje duljinu vremenskoga intervala te mjeri vremenski interval potreban za obavljanje neke aktivnosti te se služi satom i kalendarom.</p>
---	--	---

Sadržaj: Procjena i mjerenje duljine vremenskoga intervala. Računanje s jedinicama za vrijeme (u skupu brojeva do 100).

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Učitelj treba zorno prikazati prolaznost vremena kao i vrijeme od 1 sekunde, 1 minute, 5 minuta, 1 sata, 1 dana, tjedan dana, mjesec dana u aktivnostima za koje je potrebno toliko vremena da se ostvare. U poučavanju, ali i radu potrebno je koristiti se instrumentima za mjerenje vremena i upoznati mjerne jedinice te ih pravilno mjeriti i računati s njima u skupu brojeva do 100. Učenicima se može dati informacija da godina ima 365/366 dana, no taj se podatak ne vrednuje. Gledanje na sat ili kalendar određivanje je trenutačnoga vremena, a nije mjerenje vremena. Mjerenje je vremena određivanje duljine nekoga intervala (od nekoga trenutka do nekoga trenutka). Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, ali razumna očekivanja su na vrlo dobroj razini.

<p>MAT OŠ E.2.1.</p> <p>Koristi se podacima iz neposredne okoline.</p>	<p>Promatra pojave i bilježi podatke o njima.</p> <p>Razvrstava prikupljene podatke i prikazuje ih jednostavnim tablicama ili piktogramima.</p> <p>Tumači podatke iz jednostavnih tablica i piktograma.</p> <p>Provodi jednostavna istraživanja te analizira i prikazuje podatke.</p> <p>Korelacija s Prirodom i društvom te međupredmetnim temama</p> <p>Učiti kako učiti i Poduzetništvo.</p>	<p>Prikupljene podatke prikazuje jednostavnim tablicama i piktogramima.</p>
--	---	---

Sadržaj: Prikazivanje i tumačenje podataka piktogramima i jednostavnim tablicama.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Ovaj se ishod ostvaruje u različitim predmetima u kojima pratimo neke pojave i prikupljamo podatke. Učenici će unutar razrednih istraživanja o neposrednoj okolini (npr. broj električnih i plinskih kućanskih uređaja, zanimanja roditelja, dostignuća na satu tjelesne i zdravstvene kulture, broj sunčanih/kišnih dana u nekome mjesecu...) bilježiti i razvrstaviti podatke te ih prikazivati neformalnim načinima (skupovi, crteži), jednostavnim tablicama ili piktogramima. Kako bi se učenici osamostalili i osjećali sigurnost i zadovoljstvo u onome što rade, prvo trebaju zajednički, potom u skupinama, a tek na kraju samostalno tumačiti podatke iz jednostavnih tablica i piktograma. Učenici ne crtaju tablice, nego dobivaju gotove tablice u kojima prikazuju podatke.

<p>MAT OŠ E.2.2.</p> <p>Određuje je li neki događaj moguć ili nemoguć.</p>	<p>U različitim situacijama predviđa moguće i nemoguće događaje.</p> <p>Objašnjava zašto je neki događaj (ne)moguć.</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom, međupredmetnim temama Osobni i socijalni razvoj, Učiti kako učiti, Poduzetništvo, Zdravlje, Održivi razvoj, Građanski odgoj i obrazovanje.</p>	<p>U složenijim situacijama razlikuje je li neki događaj moguć ili nemoguć.</p>
--	--	---

Sadržaj: Vjerojatnost (određivanje je li događaj moguć ili nemoguć).

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Ovaj je ishod priprema učenika za razumijevanje i primjenu pojma *vjerojatnost* kako bi osvijestili da neki događaj ili pojava mogu završiti različitim ishodima te kako bi se osposobili za pravilnu upotrebu riječi *moгуće* ili *nemoguće*. Učitelj će s učenicima promatrati razne događaje i predviđati moguće i nemoguće događaje. Primjeri: 1. Motivacija: igra bacanja kockice. Svaki učenik baci kockicu za igru Čovječe, ne ljuti se. Ako dobije parni broj, mora navesti neki mogući događaj, a ako dobije neparni broj, navodi nemogući događaj. 2. Prije poučavanja o prometu na satu prirode i društva učenike se može pitati koja je prometna sredstva moguće/nemoguće vidjeti u okolici škole te zašto je to moguće/nemoguće vidjeti. Učenike odvesti u obilazak prometnica u školskome okruženju na kojemu će potvrditi/opovrgnuti svoje pretpostavke i možda otkriti neke nove spoznaje. 3. U neprozirnoj su vrećici kugle jednake veličine, ali različitih boja: crvena, žuta i plava. Koje je boje moguće izvući? Koje boje nije moguće izvući?

## Osnovna škola Matematika 3. razred – 140 sati godišnje



Slika 4. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u trećoj godini učenja

### Matematika na kraju 3. razreda osnovne škole učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT OŠ A.3.1. Služi se prirodnim brojevima do 10 000 u opisivanju i prikazivanju količine i redosljeda.	Broji, čita, zapisuje (brojkom i brojevnim riječi) i uspoređuje brojeve do 10 000. Prikazuje i upotrebljava troznamenkaste i četveroznamenkaste brojeve. Koristi se tablicom mjesnih vrijednosti. Služi se dekadskim sustavom brojeva. Rastavlja broj na zbroj višekratnika dekadskih jedinica. Određuje mjesne vrijednosti pojedinih znamenaka. Korelacija s Hrvatskim jezikom i Prirodom i društvom.	Broji po redu od zadanoga broja te brojeve do 10 000 uspoređuje i prikazuje u tablici mjesnih vrijednosti.
Sadržaj: Skup prirodnih brojeva do 10 000. Tablica mjesnih vrijednosti. Uspoređivanje brojeva do 10 000. Rastavljanje broja na zbroj višekratnika dekadskih jedinica.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Kako brojenje ne bi bilo samo formalno, puko izgovaranje brojevnih riječi, treba upućivati na ulogu brojenja (brojenjem doznajemo količinu, broj pridružen skupu odgovara ukupnom broju elemenata). Postupak uspoređivanja brojeva do 10 000 skratiti određivanjem vrijednosti tisućica (potom stotica, desetica, odnosno jedinica). Pri uspoređivanju brojeva potrebno je ići induktivnim putem tako da različitim primjerima navodimo učenike da sami uoče pravila za uspoređivanje višeznamenkastih brojeva. Zbog korelacije s drugim predmetima, skup brojeva proširen je na 10 000, pri čemu je prvo potrebno dobro usvojiti brojeve do 1000. Tek potom se za potrebe koreliranja s drugim predmetima skup brojeva proširuje do 10 000 (npr. planirati u 2. polugodištu).		
MAT OŠ A.3.2. Zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do 1000.	Određuje mjesnu vrijednost znamenaka u troznamenkastome broju. Mentalno zbraja i oduzima brojeve do 1000. Primjenjuje svojstvo komutativnosti i vezu zbrajanja i oduzimanja. Procjenjuje rezultat zbrajanja i oduzimanja. Pisano zbraja i oduzima primjenjujući odgovarajući matematički zapis. Imenuje članove računskih operacija. Rješava tekstualne zadatke.	Mentalno i pisano zbraja i oduzima u skupu brojeva do 1000 uz povremene pogreške.

<p>Sadržaj: Zbrajanje i oduzimanje u skupu prirodnih brojeva do 1000. Mentalno zbrajanje i oduzimanje brojeva u skupu brojeva do 1000. Veza zbrajanja i oduzimanja. Pisano zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do 1000.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Zbrajanje i oduzimanje brojeva do 1000 temelji se na predznanju i automatiziranome zbrajanju i oduzimanju u skupu brojeva do 20 i 100 te na vezi između zbrajanja i oduzimanja. Kako bi se potaknule i razvile misaone mogućnosti, učenika valja neprestano poticati na procjenu rezultata te provjeru rješenja i vještinu mentalnoga računanja (po potrebi rastavljanjem broja na zbroj višekratnika dekadskih jedinica ili zapisivanjem djelomičnih rezultata). Kad to okolnosti dopuštaju, uvježbavanje mentalnoga zbrajanja i oduzimanja moguće je i primjenom edukativnih računalnih igara i dr. Potrebno je koristiti se različitim situacijama i zadacima u kojima treba primjenjivati zbrajanje i oduzimanje. Tek kad je dobro usvojen postupak zbrajanja i oduzimanja rastavljanjem, može se prijeći na pisani postupak zbrajanja i oduzimanja. Pisano zbrajanje i oduzimanje usvaja se postupno primjenom brojevni kartica, tablice mjesnih vrijednosti i pravilnoga matematičkoga zapisa. Iako su učenici u 3. razredu usvojili brojevni niz do 10 000, računaju u skupu brojeva do 1000.</p>		
<p>MAT OŠ A.3.3.</p> <p>Dijeli prirodne brojeve do 100 s ostatkom.</p>	<p>Dijeli brojeve do 100 s ostatkom. Provjerava rješenje pri dijeljenju s ostatkom.</p> <p>Rješava tekstualne zadatke.</p>	<p>Dijeli s ostatkom uz manju nesigurnost.</p>
<p>Sadržaj: Dijeljenje brojeva do 100 s ostatkom.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Pri upoznavanju dijeljenja s ostatkom u početku valja zadavati i zadatke sadržajno utemeljene u svakodnevici kako bi učenici pojam ostatka usvojili na razumljiv način.</p>		
<p>MAT OŠ A.3.4.</p> <p>Pisano množi i dijeli prirodne brojeve do 1000 jednoznamenkastim brojem.</p>	<p>Primjenjuje odgovarajući matematički zapis pisanoga množenja i dijeljenja.</p> <p>Primjenjuje svojstva računskih operacija (komutativnost i distributivnost).</p> <p>Primjenjuje veze između računskih operacija.</p> <p>Množi i dijeli broj brojevima 10, 100 i 1000.</p> <p>Pisano dijeli na duži i kraći način.</p>	<p>Pisano množi.</p> <p>Dijeli jednoznamenkastim brojem na duži način.</p>
<p>Sadržaj: Pisano množenje i dijeljenje prirodnih brojeva do 1000 jednoznamenkastim brojem. Množenje zbroja brojem. Množenje i dijeljenje broja s 10, 100 i 1000.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Postupnost: množiti i dijeliti zbroj brojem, množiti i dijeliti u tablici mjesnih vrijednosti te množiti i dijeliti izvan tablice pravilnim matematičkim zapisom. Poučiti učenike procjenjivati rezultat, množiti i dijeliti broj s 10, 100 i 1000. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna očekivanja su na najvišoj razini. Postupak pisanoga dijeljenja uvodi se na dva načina, na duži način (s potpisivanjem djelomičnoga umnoška) ili na kraći način. Ipak, preporučuje se da, ako učenici mogu prijeći na kraći način, to i rade kako bi se sam postupak skratio. Učenici dijeljenje brojeva zapisuju i kosom ili ravnom crtom koju čitaju <i>podijeljeno</i> kako bi spoznali da se znak dijeljenja može prikazati i na druge načine (ne spominje se pojam razlomka).</p>		
<p>MAT OŠ A.3.5.</p> <p>Izvodi više računskih operacija.</p>	<p>Određuje vrijednosti izraza sa zagradama.</p> <p>Određuje vrijednosti izraza s više računskih operacija.</p> <p>Primjenjuje svojstva računskih operacija (komutativnost, asocijativnost i distributivnost). Primjenjuje veze među računskim operacijama.</p> <p>Imenuje članove računskih operacija.</p> <p>Rješava različite vrste zadataka.</p>	<p>Rješava zadatke s više računskih operacija i sa zagradama.</p>
<p>Sadržaj: Izvođenje više računskih operacija (sa zagradama i bez zagrada).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Postupno uvoditi učenike u rješavanje zadataka u kojima se pojavljuju zagrade i više računskih operacija.</p>		
<p>MAT OŠ A.3.6.</p> <p>Primjenjuje četiri računске operacije i odnose među brojevima u problemskim situacijama.</p>	<p>Primjenjuje stečene matematičke spoznaje o brojevima, računskim operacijama i njihovim svojstvima u rješavanju svakodnevnih problemskih situacija.</p> <p>Korelacija s međupredmetnim temama Osobni i socijalni razvoj, Učiti kako učiti, Poduzetništvo, Održivi razvoj i Građanski odgoj i obrazovanje.</p>	<p>Primjenjuje četiri računске operacije u rješavanju jednostavnih problemskih situacija iz neposredne okoline.</p>
<p>Sadržaj: Primjena računskih operacija i odnosa među brojevima u rješavanju problemskih situacija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Između ostaloga, prikazivati i računati polovine, trećine... nekoga broja.</p>		
<p>MAT OŠ B.3.1.</p> <p>Rješava zadatke s jednim nepoznatim članom koristeći se slovom kao oznakom za broj.</p>	<p>Koristi se slovom kao oznakom za broj.</p> <p>Uvrštava zadani broj umjesto slova.</p> <p>Određuje vrijednost nepoznatoga člana jednakosti/nejednakosti. Primjenjuje svojstva računskih operacija.</p> <p>Primjenjuje veze među računskim operacijama.</p>	<p>Uz manju pomoć izračunava vrijednost nepoznatoga člana u jednakosti i provjerava točnost dobivenoga rješenja.</p>
<p>Sadržaj: Određivanje vrijednosti nepoznatoga člana jednakosti i nejednakosti.</p>		



Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Primjeri zadataka:

Izračunaj vrijednost izraza  $234 + a$  ako je  $a = 48$ . Izračunaj  $b$  ako je  $780 - b = 89 \rightarrow b = 780 - 89$ .

Odredi sve troznamenkaste brojeve  $c$  za koje vrijedi  $694 > c > 688$ .

Zapiši matematičkim znakovima račun i izračunaj nepoznati član ako je djeljenik 63, a količnik 9.

$63 : \square = 9, 63 : 7 = 9, \square = 7$  jer je  $7 \cdot 9 = 63$

Račun zapiši matematičkim znakovima tako da umjesto  $\square$  upotrijebiš slovo  $a$ .

$63 : a = 9, 63 : 7 = 9, a = 7$  jer je  $7 \cdot 9 = 63$

Koji faktor množimo brojem 5 kako bi njihov umnožak bio 35?

$? \cdot 5 = 35$

Račun zapiši tako da umjesto upitnika upotrijebiš slovo  $b, x, z, \dots$   $b \cdot 5 = 35, 7 \cdot 5 = 35, b = 7$

Ivan štedi za nove slušalice koje koštaju 136 kn. Koliko mu kuna još nedostaje ako je do sada uštedio 94 kune?

$94 + s = 136$  rješava se vezom zbrajanja i oduzimanja.

$s = 136 - 94, s = 42$

<p>MAT OŠ C.3.1.</p> <p>Opisuje i crta točku, dužinu, polupravac i pravac te njihove odnose.</p>	<p>Crta i označava točke i dužine. Upoznaje pravac kao neograničenu ravnu crtu.</p> <p>Crta i označava pravac i polupravac.</p> <p>Crta dužinu kao dio pravca i ističe njezine krajnje točke.</p> <p>Određuje i crta pripadnost točaka pravcu.</p>	<p>Opisuje i crta pravac i njegove dijelove.</p>
--	--	--

Sadržaj: Pravac, polupravac i dužina kao dijelovi pravca.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Pojam pravca usvaja se neograničenim (zornim) produljivanjem crte preko krajnjih točaka dužine kako bi učenici na taj način razlikovali prikaz pravca od pojma pravca. Pri upoznavanju pravca jako je bitno naglasiti da se pravac ne može cijeli nacrtati, nego da je ravna crta kojom ga prikazujemo samo dogovoreni način prikazivanja pravca. Paziti da učenici ne poistovjete prikaz pravca s njegovim značenjem. Kako bismo to izbjegli, možemo im postaviti zadatak: Pripada li točka  $T$  pravcu  $p$ ?

Pravac i polupravac potrebno je pravilno crtati, označavati i imenovati. S obzirom na već razvijenu grafomotoriku učenika, točku, umjesto križićem i točkom, označavaju samo točkom.

<p>MAT OŠ C.3.2.</p> <p>Prepoznaje i crta pravce u različitim međusobnim odnosima.</p>	<p>Crta pravac i njegove dijelove.</p> <p>Crta usporedne pravce i pravce koji se sijeku (uključujući okomite). Pravcima koji se sijeku određuje sjecište.</p> <p>Primjenjuje matematičke oznake za okomitost i usporednost dvaju pravaca.</p>	<p>Opisuje i crta međusobne odnose pravaca uz manju nesigurnost.</p>
--	---	--

Sadržaj: Pravci koji se sijeku. Crtanje usporednih i okomitih pravaca.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Međusobne odnose pravaca potrebno je crtati precizno i uredno te pravilno zapisivati matematičkim jezikom. Crtanje okomitih i usporednih pravaca primjenjuje se pri crtanju tablica za prikaz različitih podataka, za crtanje tablica mjesnih vrijednosti, geometrijskih likova... Pri crtanju usporednih i okomitih pravaca moguće je koristiti se ravnalom i jednim ili dvama trokutima.

<p>MAT OŠ C.3.3.</p> <p>Služi se šestarom u crtanju i konstruiranju.</p>	<p>Koristi se šestarom kao dijelom geometrijskoga pribora.</p> <p>Šestarom se služi u crtanju i prenošenju dužine određene duljine.</p> <p>Konstruira kružnicu.</p> <p>Crta pravokutnik i kvadrat određene duljine stranica.</p>	<p>Konstruira kružnicu.</p>
--	--	-----------------------------

Sadržaj: Crtanje i konstruiranje šestarom (kružnica, pravokutnik i kvadrat). Prenošnje dužine zadane duljine.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Cilj je ovoga ishoda osposobiti učenike za služenje šestarom. U crtanju pravokutnika i kvadrata učenik se šestarom koristi za prenošene duljine dužine pojedine stranice.

<p>MAT OŠ D.3.1.</p> <p>Procjenjuje, mjeri i crta dužine zadane duljine.</p>	<p>Poznaje jedinične dužine za mjerenje dužine i njihov međusobni odnos u skupu brojeva do 1000 (kilometar, metar, decimetar, centimetar, milimetar).</p> <p>Imenuje i crta dužinu zadane duljine.</p> <p>Mjeri dužinu odgovarajućim mjernim instrumentom i zadanom mjernom jediničnom dužinom.</p> <p>Zapisuje duljinu dužine mjernim brojem i znakom mjerne jedinice. Duljinu dužine zapisuje matematičkim znakovima.</p> <p>Procjenjuje duljinu dužine (milimetar, centimetar, decimetar) i udaljenosti (metar, kilometar) odabirući optimalnu mjernu jedinicu.</p> <p>Računa s jedinicama za mjerenje dužine (u skupu brojeva do 1000).</p> <p>Prošireni sadržaji:</p> <p>Preračunava mjerne jedinice.</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom, Tjelesnom i zdravstvenom kulturom i Likovnom kulturom.</p>	<p>Mjeri dužinu i crta dužine zadane duljine.</p>
--	---	---

<p>Sadržaj: Procjena, mjerenje i crtanje dužine zadane duljine. Jedinice za mjerenje dužine (mm, cm, dm, m, km). Računanje s jedinicama za mjerenje dužine (u skupu brojeva do 1000).</p> <p>Prošireni sadržaj: Preračunavanje mjernih jedinica.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda:</p> <p>Pri poučavanju je potrebno razlikovati pojam dužine i duljine kao njezina mjeriva svojstva (mjerimo dužinu kako bismo doznali njezinu duljinu). Učenici upoznaju standardne mjerne jedinice i njihove znakove. Jako je bitno osvijestiti veličinu tih standardnih jedinica pa se učenike potiče da rukama pokazuju dužinu od jednoga metra, decimetra, centimetra i milimetra. Mogu na svome tijelu pronaći neku veličinu za usporedbu koja im kasnije može pomoći u procjeni (povezati na primjer duljinu raširenoga palca i kažiprsta s decimetrom, minimalno mogući razmak palca i kažiprsta s milimetrom i slično). Kilometar im se može približiti nekim primjerom iz neposredne okoline. Duljinu dužine zapisivati matematičkim jezikom. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna su očekivanja na vrlo dobroj razini.</p>		
<p>MAT OŠ D.3.2.</p> <p>Procjenjuje i mjeri masu tijela.</p>	<p>Uočava masu kao svojstvo tijela. Uspoređuje mase tijela.</p> <p>Imenuje jedinice za mjerenje mase (gram, dekagram, kilogram, tona). Upoznaje različite vage i postupak vaganja.</p> <p>Procjenjuje i mjeri masu tijela te pravilno zapisuje dobivenu vrijednost (mjernim brojem i znakom jedinične veličine).</p> <p>Iskazuje odnose mjernih jedinica za masu.</p> <p>Računa s jedinicama za masu tijela (u skupu brojeva do 1000).</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom i Tjelesnom i zdravstvenom kulturom.</p>	<p>Mjeri masu različitih predmeta digitalnom vagom zapisujući dobivenu vrijednost.</p>
<p>Sadržaj: Procjena i mjerenje mase tijela. Uspoređivanje mase tijela. Mjerne jedinice za masu (g, dag, kg, t). Računanje s mjernim jedinicama za masu (u skupu brojeva do 1000).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>U početku poučavanja na konkretima se uočavaju i uspoređuju nejednake mase (spoznati da (ne)jednake veličine predmeta ne moraju istim omjerom pratiti i masu). Nakon toga se imenuju mjerne jedinice za masu i razlikuju njihove vrijednosti (tona, kilogram, dekagram i gram), no neće se preračunavati. Učenici iskazuju odnose mjernih jedinica povezujući ih s tijelima jedinične mase. Koristiti se različitim vagama, a digitalnim vagama mjeriti cjelobrojnu masu (unaprijed odabrati predmete čija masa nije decimalni zapis). Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna su očekivanja na vrlo dobroj razini.</p>		
<p>MAT OŠ D.3.3.</p> <p>Određuje opseg likova.</p>	<p>Opisuje opseg kao duljinu ruba bilo kojega geometrijskog lika.</p> <p>Mjeri duljinu dužine.</p> <p>Mjeri opseg neformalnim i formalnim načinima.</p> <p>Određuje opseg trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroj duljina njihovih stranica. Procjenjuje i mjeri opseg lika objašnjavajući postupak.</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom i Tjelesnom i zdravstvenom kulturom.</p>	<p>Mjeri opseg likova neformalnim načinima i povezuje opseg s duljinama pojedinih stranica.</p>
<p>Sadržaj: Opseg trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroj duljina stranica.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda:</p> <p>U početku poučavanja učenici će mjeriti opseg neformalnim načinom: koristeći se koncem, vunom, papirnatim vrpčama... Učenike se navodi na zaključak da je opseg zbroj duljina svih stranica mnogokuta. Učenici mogu odrediti i opseg lika sastavljenoga od dvaju ili više likova poznatih učeniku, zaključivati o svojstvima dvaju ili više likova i sl. Duljina stranica zadanoga lika kojemu se mjeri opseg može se prenositi i šestarom na crtu. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna su očekivanja na najvišoj razini. Pri određivanju opsega trokuta, pravokutnika i kvadrata kao zbroja duljina stranica ne rabi se formula za izračunavanje, a opseg se zapisuje malim slovom <math>o</math> (npr. <math>o = 12</math> cm).</p>		
<p>MAT OŠ D.3.4.</p> <p>Procjenjuje i mjeri volumen tekućine.</p>	<p>Primjenjuje pojam volumena (obujma, zapremnine) tekućine.</p> <p>Upoznaje i uspoređuje različite posude za čuvanje tekućine.</p> <p>Opisuje vezu između oblika i volumena tekućine.</p> <p>Procjenjuje i mjeri volumen tekućine prelijevanjem.</p> <p>Imenuje jedinice za mjerenje volumena tekućine (litra, decilitar).</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom.</p>	<p>Izražava volumen tekućine standardnim jedinicama te uspoređuje volumene posuda.</p>
<p>Sadržaj: Procjena i mjerenje volumena tekućine. Mjerne jedinice za volumen tekućine (litra, decilitar).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>U početku je dobro uspoređivati volumen tekućine prelijevanjem iz jedne posude u drugu. Pri mjerenju volumena tekućine prvo treba osvijestiti da se prelijevanjem iz posude u posudu količina tekućine ne mijenja iako se njezin izgled (visina tekućine u posudi) mijenja. Nakon toga možemo odabrati neku posudu koja nam postaje mjerna jedinica i prelijevanjem tekućine mjeriti i uspoređivati različite količine tekućina u većim posudama. Učenici upoznaju standardne mjerne jedinice za mjerenje volumena tekućine. Prelijevanjem trebaju osvijestiti njihovu količinu, ali i računati s njima (osobito je korisno konkretima rješavati problemske zadatke). Obujam i zapremnina sinonimi su za volumen. Mjerna jedinice litra ima dva znaka: L i l. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna su očekivanja na vrlo dobroj razini.</p>		

<p>MAT OŠ E.3.1. Služi se različitim prikazima podataka.</p>	<p>Nabrojati različite vrste prikaza podataka. Koristi se nazivima <i>redak</i> i <i>stupac</i>. Prikazuje podatke u tablicama i stupčastim dijagramima. Služi se različitim prikazima podataka. Prošireni sadržaji: Prikazuje podatke dobivene u razrednim projektima služeći se primjerenom tehnologijom. Korelacija s Hrvatskim jezikom, Informatikom i međupredmetnim temama Učiti kako učiti, Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije, Poduzetništvo, Održivi razvoj i Građanski odgoj i obrazovanje.</p>	<p>Prikazuje podatke u tablicama i dijagramima.</p>
--	---	---

Sadržaj: Prikazivanje podataka (tablice, stupčasti dijagrami).

Prošireni sadržaji: Prikazuje podatke dobivene u razrednim projektima služeći se primjerenom tehnologijom.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Potrebno je na nastavi u različitim situacijama prikazivati podatke, npr. pri rješavanju problemskih situacija, a u poučavanju služiti se različitim prikazima podataka pri opisivanju, objašnjavanju (tumačiti ih) ili predviđanju mogućih (vjerojatnih) događaja. Tablica kao reprezentativni oblik može se upotrebljavati u različitim predmetima i različitim područjima života, stoga je poželjno, služeći se tablicama, povezivati matematiku s njima. Važno je učenicima osvijestiti pojmove: *stupac*, *redak*, *polje*. Pri prikupljanju podataka potrebno je poticati učenike da ih prikazuju u tablicama i dijagramima, a također je važno poticati ih na čitanje podataka iz tablica i dijagrama. Posebno se ističe piktogram i stupčasti dijagram. Potrebno je odabrati odgovarajuće uređaje i programe primjerene učenicima i tehničkim mogućnostima škole. Izrada digitalnih sadržaja najčešće započinje izradom digitalnoga crteža; ako je moguće, koristiti se uređajima s dodirnom plohom kako bi učenici mogli crtati prstima ili olovkom. Predlaže se za početak i uporaba programa koji nude djelomično gotova rješenja. Potrebno je istražiti mogućnosti modernih multimedijских *online* programa koji se mogu upotrebljavati u obrazovnu svrhu; izraditi prezentaciju, multimedijски plakat, kalendar, grafički prikaz podataka...

## Osnovna škola Matematika 4. razred – 140 sati godišnje



Slika 5. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u četvrtoj godini učenja

### Matematika na kraju 4. razreda osnovne škole učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
<p>MAT OŠ A.4.1. Služi se prirodnim brojevima do milijun.</p>	<p>Broji, čita, piše i uspoređuje brojeve do milijun. Navodi dekadске jedinice i opisuje njihove odnose. Prepoznaje mjesne vrijednosti pojedinih znamenaka. Koristi se višeznamenkastim brojevima. Korelacija s Hrvatskim jezikom i Prirodom i društvom.</p>	<p>Povezuje brojeve do milijun s primjerima iz života te poznaje odnose među dekadskim jedinicama.</p>

Sadržaj: Skup prirodnih brojeva do milijun. Uspoređivanje brojeva do milijun. Dekadске jedinice i mjesna vrijednost znamenaka.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

U upoznavanju brojeva preporučuje se uporaba kartica s dekadskim jedinicama i tablice mjesnih vrijednosti. Posebnu pozornost posvetiti brojenju pri prijelazu desetstisućice i stotisućice.

<p>MAT OŠ A.4.2.</p> <p>Pisano zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do milijun.</p>	<p>Zbraja i oduzima brojeve do milijun.</p> <p>Primjenjuje odgovarajući matematički zapis pisanoga zbrajanja i oduzimanja.</p> <p>Primjenjuje svojstvo komutativnosti i vezu zbrajanja i oduzimanja. Imenuje članove računskih operacija.</p> <p>Rješava tekstualne zadatke.</p>	<p>Pisano zbraja i oduzima u skupu brojeva do milijun uz povremene pogreške.</p>
<p>Sadržaj: Pisano zbrajanje i oduzimanje u skupu prirodnih brojeva do milijun.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Pisano zbrajanje i oduzimanje u skupu brojeva do milijun temelji se na predznanju učenika o pisanome zbrajanju i oduzimanju u skupu brojeva do 1000. Treba se koristiti različitim situacijama, zadacima i podacima u kojima će se primjenjivati zbrajanje i oduzimanje. Cilj je ovoga ishoda usvojiti postupak pisanoga zbrajanja i oduzimanja do milijun, ali nije potrebno inzistirati na dugotrajnome računanju s velikim brojevima.</p>		
<p>MAT OŠ A.4.3.</p> <p>Pisano množi i dijeli dvoznamenkastim brojevima u skupu prirodnih brojeva do milijun.</p>	<p>Množi i dijeli brojeve s 10 i 100. Procjenjuje djelomični količnik.</p> <p>Procjenjuje rezultat u zadatku prije postupka pisanoga računanja.</p> <p>Primjenjuje postupak pisanoga množenja i dijeljenja dvoznamenkastim brojem u različitim tipovima zadataka.</p> <p>Primjenjuje svojstva računskih operacija radi provjere rezultata.</p>	<p>Pisano množi i dijeli dvoznamenkastim brojem.</p>
<p>Sadržaj: Pisano množenje i dijeljenje dvoznamenkastim brojevima u skupu prirodnih brojeva do milijun.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Učenici dijeljenje brojeva zapisuju i kosom i ravnom crtom koju čitaju <i>podijeljeno</i> kako bi spoznali da se znak dijeljenja može prikazati i na druge načine (ne spominje se pojam razlomka). Pisano dijeljenje moguće je izvoditi na dva načina, na dulji način (s potpisivanjem djelomičnoga umnoška) ili na kraći način. Preporučuje se kraći, ako je primjeren mogućnostima učenika. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna su očekivanja na vrlo dobroj razini. Cilj ovoga ishoda usvojiti je postupak pisanoga množenja i dijeljenja dvoznamenkastim brojem do milijun, ali nije potrebno inzistirati na dugotrajnome računanju s velikim brojevima.</p>		
<p>MAT OŠ A.4.4.</p> <p>Primjenjuje četiri računске operacije i odnose među brojevima u problemskim situacijama.</p>	<p>Odabire računsku operaciju u pojedinome zadatku.</p> <p>Primjenjuje svojstva računskih operacija (komutativnost, asocijativnost i distributivnost).</p> <p>Provjerava rješenje primjenjujući veze među računskim operacijama. Izvodi više računskih operacija.</p> <p>Rješava problemske zadatke sa uporabom i bez uporabe zagrada.</p> <p>Procjenjuje rezultat.</p> <p>Upotrebljava nazive članova računskih operacija.</p> <p>Korelacija s međupredmetnim temama Osobni i socijalni razvoj, Učiti kako učiti, Poduzetništvo, Održivi razvoj i Građanski odgoj i obrazovanje.</p>	<p>Primjenjuje različite strategije u rješavanju jednostavnih problemskih situacija.</p>
<p>Sadržaj: Primjena računskih operacija i odnosa među brojevima u rješavanju problemskih situacija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>U zadacima s više računskih operacija ne treba pretjerivati s velikim brojevima jer težište je na redosljedu izvođenja računskih operacija. Valja stvarati naviku procjene rezultata prije samoga računanja i osvijestiti važnost provjere rezultata vezom među računskim operacijama. Dobro bi bilo odabirati primjere zadataka u kojima se pojavljuju zagrade, a u kojima zagrade mijenjaju rezultat. Na primjer, u zadatku <math>543 - (423 + 28)</math> primjena zagrada zaista mijenja rezultat u odnosu na zadatak u kojemu bismo zagradu izostavili. Učenici rješavaju i zadatke u kojima određuju trećine, četvrtine, petine i desetine nekoga broja. Izraze poput <i>dvije trećine, četiri petine...</i> potrebno je popratiti govorom i prikazati na različite načine (konkretima, crtežima i sl.).</p> <p>Računa u različitim tipovima zadataka (brojevni zadatci, tekstualni zadatci, problemski zadatci). Primjer: Tri su četvrtine jednoga sata ____ minuta. Na svim razinama učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata. Preporučuje se što češće rješavati problemske situacije, no pritom ne treba inzistirati na računanju s velikim brojevima. Nije potrebno inzistirati na dugotrajnome računanju s velikim brojevima.</p>		
<p>MAT OŠ B.4.1.</p> <p>Određuje vrijednost nepoznate veličine u jednakostima ili nejednakostima.</p>	<p>Razlikuje jednakosti i nejednakosti. Koristi se slovom kao oznakom za nepoznati broj u jednakostima i nejednakostima.</p> <p>Računa vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija.</p> <p>Korelacija s Informatikom.</p>	<p>Određuje vrijednost nepoznate veličine primjenjujući veze između računskih operacija.</p>
<p>Sadržaj: Određivanje vrijednosti nepoznate veličine u jednakostima ili nejednakostima. Slovo kao oznaka za broj.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>U 4. razredu ne upoznaje se sustavno linearna jednadžba ili nejednadžba, već se postavlja temelj za nju. To znači da primjeri moraju biti jednostavni i s jednom računskom operacijom, a nepoznati se član računa primjenom veze među računskim operacijama.</p> <p>Primjeri zadataka: Izračunaj nepoznati broj <math>a</math> u jednakosti <math>5871 + a = 7820</math>.</p> <p>Izračunaj nepoznati faktor u jednakosti <math>f \cdot 65 = 975</math>.</p> <p>Koji broj možeš zapisati umjesto <math>b</math> da vrijedi nejednakost <math>12\,395 &lt; b &lt; 12\,402</math>?</p> <p>Odrredi broj koji se dodaje broju 7654 kako bi se dobio broj 9802 te zapiši brojevnim izrazom. Nije potrebno inzistirati na dugotrajnome računanju s velikim brojevima.</p>		
<p>MAT OŠ C.4.1.</p> <p>Određuje i crta kut.</p>	<p>Opisuje pojam kuta.</p> <p>Prepoznaje, uspoređuje i crta pravi, šiljasti i tupi kut. Imenuje vrh i krakove kuta.</p> <p>Prepoznaje i ističe točke koje (ne) pripadaju kutu.</p> <p>Koristi se oznakom kuta (<math>\widehat{aVb}</math>) pazeći na orijentaciju (suprotno od kretanja kazaljki na satu).</p>	<p>Prepoznaje i crta šiljasti, pravi i tupi kut te određuje (ne)pripadnost točke kutu.</p>

Sadržaj: Pravi, šiljasti i tupi kut. Crtanje kuta.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Česta je pogreška koja se pojavljuje pri usvajanju pojma kuta da učenici kutom smatraju samo mali dio unutar kružnoga luka kojim kut označavamo.		
MAT OŠ C.4.2. Razlikuje i opisuje trokute prema duljinama stranica te pravokutni trokut.	Razlikuje i opisuje trokute prema duljinama stranica i dijeli ih na jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute. Razlikuje i opisuje pravokutni trokut u odnosu na druge trokute.	Razlikuje i imenuje jednakostranični, jednakokračni, raznostranični i pravokutni trokut.
Sadržaj: Vrste trokuta prema duljini stranica (jednakostranični, raznostranični, jednakokračni). Pravokutni trokut.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Važno je uočiti da postoje različiti trokuti, a da ih prema duljinama njihovih stranica dijelimo na jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute. Kad učenici upoznaju pravokutni trokut, treba im pokazati da raznostranični i jednakokračni trokuti mogu biti ujedno i pravokutni. Učenicima je dobro pokazati i složenije motive sastavljene od različitih vrsta trokuta na kojima ih prepoznaju. Različite vrste trokuta potrebno je prikazivati i prepoznavati u različitim položajima.		
MAT OŠ C.4.3. Opisuje i konstruira krug i njegove elemente.	Opisuje i konstruira krug i njegove elemente (kružnica, polumjer i središte). Opisuje odnos kruga i kružnice. Prepoznaje polumjer i središte kruga i kružnice.	Prepoznaje i navodi točke koje (ne)pripadaju krugu ili kružnici.
Sadržaj: Krug i kružnica. Konstrukcija kruga i njegovih elemenata (kružnica, polumjer, središte).		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Kako bi učenici shvatili da je kružnica zakrivljena crta koja omeđuje krug, važno je koristiti se ilustracijama na kojima je unutrašnjost kruga obojena. Time se odmah uočava da je krug geometrijski lik, a kružnica rubna crta.		
MAT OŠ C.4.4. Crta i konstruira geometrijske likove.	Geometrijskim priborom crta osnovne geometrijske likove (raznostranični i pravokutni trokut, pravokutnik i kvadrat). Konstruira jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute.	Crta pravokutnik, kvadrat i pravokutni trokut uz manju nesigurnost.
Sadržaj: Crtanje geometrijskih likova (raznostranični i pravokutni trokut, pravokutnik i kvadrat). Konstruiranje geometrijskih likova (jednakostranične, raznostranične i jednakokračne trokute).		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: U ovom ishodu potrebno je obratiti pozornost na razvijanje motoričke vještine uporabe geometrijskoga pribora. Učenicima s motoričkim teškoćama bit će potrebno znatno više vremena, a time i vježbe da bi se vještina razvila.		
MAT OŠ C.4.5. Povezuje sve poznate geometrijske oblike.	Označava vrhove, stranice i kutove trokuta te trokut zapisuje simbolima ( $\Delta ABC$ ). Povezuje sve geometrijske pojmove u opisivanju geometrijskih objekata (vrhovi, strane, stranice, bridovi, kutovi). Korelacija s međupredmetnom temom Učiti kako učiti.	Povezuje sve geometrijske pojmove u opisivanju geometrijskih objekata (vrhovi, plohe, stranice, bridovi, kutovi).
Sadržaj: Povezivanje geometrijskih pojmove u opisivanju geometrijskih objekata (vrhovi, strane, stranice, bridovi, kutovi).		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: U 4. razredu važno je povezati sve do tada usvojene geometrijske pojmove. Upozoriti na često nepreciznu uporabu nekih matematičkih pojmove u svakodnevnom životu: »kocka« šećera, »kocka« za juhu, dresovi na »kockice« ili bilježnica na »kockice«. Upućivanjem na te očigledne i svakodnevne primjere izbjeći ćemo zbunjivanje učenika razlikom u izražavanju u školi i izvan nje.		
MAT OŠ D.4.1. Procjenjuje i mjeri volumen tekućine.	Primjenjuje pojam volumena (obujma, zapremnine) tekućine. Upoznaje i uspoređuje različite posude za čuvanje tekućine. Opisuje vezu između oblika i volumena tekućine. Procjenjuje i mjeri volumen tekućine prelijevanjem. Imenuje jedinice za mjerenje volumena tekućine (litra, decilitar). Računa s mjernim jedinicama za volumen tekućine. Preračunava mjerne jedinice. Korelacija s Hrvatskim jezikom.	Uspoređuje, procjenjuje i mjeri volumen tekućine različitim mjerama i u različitim posudama.
Sadržaj: Procjena i mjerenje volumena tekućine. Računanje s mjernim jedinicama za volumen tekućine (litra, decilitar). Preračunavanje mjernih jedinica.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Upoznavanjem standardnih mjernih jedinica za mjerenje volumena tekućine učenici prelijevanjem trebaju osvjestiti njihovu količinu, ali i preračunavati ih i računati s njima (osobito je korisno konkretno rješavati problemske zadatke). Obujam i zapremnina sinonimi su za volumen. Mjerna jedinice litra ima dva znaka: L i l. Učenike je potrebno poticati na procjenjivanje rezultata na svim razinama, a razumna su očekivanja na vrlo dobroj razini.		

<p>MAT OŠ D.4.2.</p> <p>Uspoređuje površine likova te ih mjeri jediničnim kvadratima.</p>	<p>U ravnini uspoređuje likove različitih površina prema veličini dijela ravnine koju zauzimaju te tako upoznaje pojam površine.</p> <p>Mjeri površinu likova ucrtanih u kvadratnoj mreži prebrojavanjem kvadrata.</p> <p>Ucrtava u kvadratnu mrežu likove zadane površine.</p> <p>Mjeri površine pravokutnih likova prekrivanjem površine jediničnim kvadratom.</p> <p>Poznaje standardne mjere za površinu (centimetar kvadratni, decimetar kvadratni, metar kvadratni).</p> <p>Mjeri pravokutne površine u neposrednoj okolini.</p> <p>Prošireni sadržaji:</p> <p>Preračunava mjerne jedinice.</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom.</p>	<p>Uspoređuje i mjeri površine likova ucrtanih u kvadratnoj mreži.</p>
<p>Sadržaj: Mjerenje površine. Kvadratna mreža. Mjerne jedinice za površinu.</p> <p>Prošireni sadržaj: Preračunavanje mjernih jedinica.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Težište je ishoda na pojmu površine kao veličine dijela ravne plohe koji je lik zauzeo. U kvadratnoj mreži mogu se ucrtavati različiti likovi sastavljeni od jediničnih kvadrata i uspoređivati njihove površine. S učenicima se može izrezati više jediničnih kvadrata (nije nužno da im je stranica duga 1 cm ili 1 dm – važno je da za nas predstavljaju jedinični kvadrat) kojima se tada služimo u modeliranju i mjerenju. Modeliramo tako da učenicima damo problemski zadatak, na primjer da izrade lik površine 8 jediničnih kvadrata, što je, naravno, moguće napraviti na mnogo načina. Također mogu mjeriti površinu prekrivanjem lika jediničnim kvadratima. Na jednak način mogu mjeriti površine iz svoje neposredne okoline, na primjer površinu klupe ili knjige. Bilo bi dobro pokazati da dva lika iste površine mogu imati različite opsege, a to se može napraviti dobrim odabirom zadatka.</p> <p>Primjer problemskoga zadatka: Uzmite 12 jediničnih kvadrata. Slažite od njih različite pravokutnike i bilježite im površinu i opseg. Što primjećujete? Pri određivanju površine nikako se ne koristite formulom za izračunavanje, a površinu valja zapisati velikim slovom <math>P</math> (npr. <math>P = 8</math> centimetara kvadratnih).</p>		
<p>MAT OŠ E.4.1.</p> <p>Provodi jednostavna istraživanja i analizira dobivene podatke.</p>	<p>Osmišljava i provodi jednostavna istraživanja u svojoj neposrednoj okolini.</p> <p>Prikuplja podatke, razvrstava ih i prikazuje neformalno i formalno. Čita podatke iz tablica i jednostavnih dijagrama.</p> <p>Korelacija s Prirodom i društvom i međupredmetnim temama</p> <p>Uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije, Učiti kako učiti, Poduzetništvo, Zdravlje, Održivi razvoj i Građanski odgoj i obrazovanje.</p>	<p>Provodi jednostavno istraživanje u kojemu podatke razvrstava prema zadanome kriteriju.</p>
<p>Sadržaj: Prikupljanje, razvrstavanje i prikazivanje podataka (tablice, dijagrami).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>U prikazivanjima stupčastim dijagramima poželjno je za koordinate početi rabiti pojam osi kako bi se učenici pripremili za više razrede (npr. količina snijega po danu u mjesecu siječnju: os dana u mjesecu i os visine snijega u centimetrima). Ovaj ishod može se ostvariti povezivanjem matematike sa sadržajima drugih predmeta, posebice s Prirodom i društvom. Učenici mogu istraživati problem koji ne mora biti matematički, ali će podatke upisivati i ucrtavati u tablice ili dijagrame. Možemo osmišljavati projekte u kojima će učenici prikupljati, razvrstavati i prikazivati podatke.</p> <p>Primjeri: Koliko se vremena posvećuje čitanju, a koliko gledanju televizije?</p> <p>Pratiti i bilježiti rezultate tijekom tjedan dana, a zatim ih objediniti, prikazati i donijeti zaključke. Pratiti rast biljke graha tijekom dva tjedna i bilježiti promjene...</p>		
<p>MAT OŠ E.4.2.</p> <p>Opisuje vjerojatnost događaja.</p>	<p>U razgovoru iskazuje mogućnosti. Uspoređuje ishode riječima <i>vjerojatniji, manje vjerojatan, najvjerojatniji</i>.</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom, Prirodom i društvom i međupredmetnim temama</p> <p>Osobni i socijalni razvoj, Učiti kako učiti, Poduzetništvo, Zdravlje, Održivi razvoj i Građanski odgoj i obrazovanje.</p>	<p>Navodi događaje koji su sigurni, mogući i nemogući.</p>
<p>Sadržaj: Opisivanje vjerojatnosti događaja.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Učenici moraju razumjeti razliku između sigurnoga ishoda, mogućega ishoda i nemogućega ishoda. To možemo postići postavljanjem primjerenih pitanja i zadataka.</p> <p>Primjeri:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ako je jutro oblačno, hoće li padati kiša?</li> <li>2. Igra: Par – nepar. Razgovor o tome je li igra pravedna.</li> <li>3. Dvanaest učenika između sebe podijeli brojeve od 1 do 12. Redom bacaju 2 kockice i određuju njihov zbroj. Prikazani zbroj omogućuje učenicu koji ima taj broj na kartici da se pomakne za jedno mjesto na tablici u kojoj je početno stajalište na 0, a cilj je doći do broja 10.</li> </ol> <p>Problemska pitanja: Koji zbroj nije moguće dobiti bacanjem kockica? (0, 1 i brojevi koji su veći od 12) Koji su zbrojevi vjerojatniji? Koji su zbrojevi najvjerojatniji? Je li igra pravedna?</p>		

# Osnovna škola Matematika 5. razred – 140 sati godišnje



Slika 6. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u petoj godini učenja

## Matematika na kraju 5. razreda osnovne škole učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT OŠ A.5.1. Brojevnim izrazom u skupu prirodnih brojeva s nulom modelira problemsku situaciju.	<p>Čita i zapisuje prirodne brojeve uključujući brojeve veće od milijun.</p> <p>Čita, zapisuje i tumači znakove <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, <math>\leq</math>, <math>\geq</math>, <math>=</math>, <math>\neq</math> pri uspoređivanju u skupu prirodnih brojeva s nulom.</p> <p>Koristi se produženom nejednakošću.</p> <p>Zbraja, oduzima, množi (dekadsku jedinicu prikazuje u obliku potencije baze 10, povezuje umnožak dvaju jednakih prirodnih brojeva s kvadratom prirodnoga broja) i dijeli u skupu prirodnih brojeva s nulom primjenjujući svojstva računskih operacija.</p> <p>Prepoznaje kvadrate prirodnih brojeva do 10.</p> <p>Pridružuje prirodne brojeve točkama brojevnoga pravca i očitava ih. Mentalno računa i procjenjuje rezultat kad je god moguće.</p> <p>Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p> <p>Računa vrijednost jednostavnih algebarskih izraza.</p>	<p>Računa brojevine izraze primjenjujući svojstva računskih operacija.</p> <p>Skupovnim zapisom prikazuje rješenja jednostavne nejednadžbe u skupu prirodnih brojeva s nulom.</p>
<p>Sadržaj: Skup prirodnih brojeva. Skup prirodnih brojeva i brojevni pravac. Računske operacije u skupu prirodnih brojeva. Uspoređivanje u skupu prirodnih brojeva. Potencija baze 10 s prirodnim eksponentom. Kvadrat prirodnoga broja. Vrijednost jednostavnoga algebarskog izraza u skupu prirodnih brojeva.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Smještati prirodne brojeve na brojevni pravac sa zadanom jediničnom dužinom, smještati veće prirodne brojeve na brojevni pravac. Ne uvoditi pojmove <i>ishodište</i> i <i>jedinična točka</i>, već samo <i>jedinična dužina</i>. Računati vrijednosti jednostavnijih algebarskih izraza za zadane vrijednosti. Zbrajati i oduzimati istoimene monome. Ukazati da se u matematičkim izrazima znak množenja katkad izostavlja, ali da se podrazumijeva. Računsku operaciju dijeljenja zapisivati na različite načine (znakovima <math>:</math>, <math>/</math> i razlomačkom crtom). Povezati umnožak dvaju jednakih prirodnih brojeva s pojmom kvadrata prirodnoga broja, ali ne uvoditi pojmove <i>baza</i> i <i>eksponent</i>. Matematičkim zapisom prikazivati skup prirodnih brojeva s nulom. Stalno procjenjivati i preispitivati smislenost rezultata. Rješavati matematičke mozgalice, zbrajaljke, premetaljke, brojevine nizove, magične kvadrate, sudoku, zadatke sa šibicama i slično.</p>		
MAT OŠ A.5.2. Rastavlja broj na proste faktore i primjenjuje djeljivost prirodnih brojeva.	<p>Barata pojmovima djeljivost, djelitelj, višekratnik, biti djeljiv, prosti broj, složeni broj.</p> <p>Primjenjuje djeljivost brojevima 2, 3, 5, 9 i 10.</p> <p>Rastavlja broj na proste faktore i višestruki umnožak istih faktora zapisuje u obliku potencije.</p> <p>Primjenjuje djeljivost i tumači postupak koji provodi.</p> <p>Prošireni sadržaji: Ispituje djeljivost umnoška, zbroja i razlike.</p>	<p>Određuje djelitelje i višekratnike prirodnih brojeva.</p> <p>U rastavu na proste faktore povezuje višestruki umnožak istih faktora s potencijom.</p>
<p>Sadržaj: Djeljivost prirodnih brojeva. Pravila djeljivosti prirodnih brojeva. Rastavljanje broja na proste faktore.</p> <p>Prošireni sadržaji: Djeljivost umnoška, zbroja i razlike.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Ne uvoditi pojmove <i>baza</i> i <i>eksponent</i>.</p>		

<p>MAT OŠ A.5.3.</p> <p>Povezuje i primjenjuje različite prikaze razlomaka.</p>	<p>Povezuje slikovni prikaz razlomka s brojevnim zapisom i obratno. Zapisuje i tumači razlomak povezujući ga s dijeljenjem.</p> <p>Prikazuje razlomke na brojevnome pravcu.</p> <p>Povezuje različite brojevnne zapise nepravih razlomaka, mješovitih brojeva i prirodnih brojeva.</p> <p>Opisuje i određuje udio u skupu istovrsnih podataka.</p> <p>Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p>	<p>Brojevni zapis razlomka prikazuje slikovnim prikazom i obratno.</p> <p>Koristeći se predloženom razdiobom, prikazuje i očitava razlomke na brojevnome pravcu.</p>
<p>Sadržaj: Prikaz razlomka. Zapis razlomkom. Nepravilni razlomci i mješoviti brojevi. Razlomci i brojevni pravac. Veza razlomka s nazivnikom 100 i postotka.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Na brojevnome pravcu prikazivati razlomke s jednoznačnim nazivnikom. Ne uvoditi pojmove <i>ishodište</i> i <i>jedinična točka</i>, već samo <i>jedinična dužina</i>.</p> <p>Pri povezivanju različitih brojevnih zapisa razlomaka koristiti se crtežom, modelima, brojevnim pravcem. Naglasiti ekvivalentnost razlomaka jednakih vrijednosti, a različitoga zapisa (prošireni i skraćeni razlomci bez računске procedure). Uvesti postotak kao oznaku za razlomak s nazivnikom 100, promil kao oznaku za razlomak s nazivnikom 1000.</p> <p>Pronalaziti primjere iz okoline u kojima se u kontekstu spominju postotci i promili. Igra: Dan – noć (brojnik – nazivnik), slagalice i slično. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ A.5.4.</p> <p>Povezuje i primjenjuje ekvivalentne zapise decimalnoga broja.</p>	<p>Opisuje i zapisuje decimalne brojeve. Opisuje, predočava i primjenjuje jednakost među različitim zapisima brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, razlomaka, mješovitih brojeva, postotaka i promila).</p>	<p>Povezuje različite zapise brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, razlomaka, mješovitih brojeva, postotaka i promila) uz obrazloženje.</p>
	<p>Otkriva beskonačne decimalne brojeve.</p> <p>Odabire odgovarajući oblik zapisa broja u problemu.</p> <p>Opisuje i određuje udio u skupu istovrsnih podataka.</p> <p>Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p> <p>Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	
<p>Sadržaj: Dekadski razlomak i decimalni zapis. Veza zapisa razlomka i decimalnoga broja. Beskonačni decimalni broj.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Poticati učenika da mentalnim računanjem prelazi između različitih zapisa brojeva. Naglasiti da neke razlomke nije korisno pretvarati u decimalni zapis jer imaju beskonačno mnogo decimala.</p>		
<p>MAT OŠ A.5.5.</p> <p>Računa s decimalnim brojevima.</p>	<p>Zbraja, oduzima, množi (povezuje umnožak dvaju jednakih decimalnih brojeva s kvadratom decimalnoga broja) i dijeli decimalne brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija.</p> <p>Čita, zapisuje i tumači znakove <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, <math>\leq</math>, <math>\geq</math>, <math>=</math>, <math>\neq</math> pri uspoređivanju decimalnih brojeva.</p> <p>Otkriva beskonačne decimalne brojeve.</p> <p>Pridružuje točke pravca decimalnim brojevima i očitava ih.</p> <p>Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza.</p> <p>Rješava problemsku situaciju.</p> <p>Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>Brojevnim izrazom opisuje jednostavnu problemsku situaciju koju rješava uspoređujući rezultat s osobnom procjenom.</p> <p>Očitava decimalne brojeve na brojevnome pravcu.</p>
<p>Sadržaj: Računske operacije s decimalnim brojevima. Svojstva računskih operacija s decimalnim brojevima. Uspoređivanje decimalnih brojeva. Decimalni brojevi i brojevni pravac. Vrijednost jednostavnoga algebarskog izraza za zadane decimalne i/ili prirodne brojeve.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Mentalno računati i procjenjivati rezultat kad je god moguće. Istaknuti da decimalna točka u matematici odgovara decimalnomu zarezu u nekim područjima. Ne uvoditi pojmove <i>ishodište</i> i <i>jedinična točka</i>, već samo <i>jedinična dužina</i>. Računati vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane vrijednosti. Zbrajati i oduzimati istoimene monome. Potrebno je procjenjivati i preispitivati smislenost rezultata. Rješavati matematičke mozgalice, zbrajaljke, premetaljke, brojevne nizove, magične kvadrate i slično.</p>		
<p>MAT OŠ A.5.6.</p> <p>Zaokružuje prirodne i decimalne brojeve.</p>	<p>Primjenjuje pravila zaokruživanja, smisleno zaokružuje prirodne i decimalne brojeve prema uvjetima zadatka.</p> <p>Uočava pogrešku pri zaokruživanju i procjenjuje njezin utjecaj na rješenje.</p> <p>Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Poduzetništvom, Osobnim i socijalnim razvojem.</p>	<p>Zaokružuje prirodne i decimalne brojeve uz opisivanje postupka.</p>
<p>Sadržaj: Decimalni brojevi. Zaokruživanje decimalnih brojeva.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Primjenjivati zaokruživanje u službenju novcem.</p>		



<p>MAT OŠ B.5.1.</p> <p>Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.</p>	<p>Prepoznaje nepoznanicu u problemskoj situaciji.</p> <p>Problemsku situaciju zapisuje linearnom jednadžbom.</p> <p>Rješava linearnu jednadžbu oblika <math>ax = b</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> prirodni ili decimalni brojevi, provjeravajući točnost dobivenoga rješenja.</p> <p>Izražava nepoznatu veličinu iz jednostavne linearne jednadžbe koristeći se vezom među računskim operacijama.</p> <p>Koristi se opsegom i površinom geometrijskih likova za računanje duljina njihovih stranica.</p> <p>Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>Samostalno rješava jednostavnu linearnu jednadžbu procjenjujući rezultat.</p>
<p>Sadržaj: Linearna jednadžba.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Učeniku postaviti jednostavnu linearnu jednadžbu oblika: <math>x + a = b</math>, <math>x - a = b</math>, <math>a - x = b</math>, <math>a \cdot x = b</math>, <math>a : x = b</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> prirodni ili negativni racionalni brojevi (decimalni zapis). Za sve razine pokušati povezati zadanu linearnu jednadžbu s odgovarajućim problemskim zadatkom – matematička priča. Izražavati nepoznanicu koristeći se vezom među računskim operacijama, npr.: ako je <math>a \cdot x = b</math>, tada je <math>x = b : a</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> prirodni ili negativni racionalni brojevi (decimalni zapis).</p>		
<p>MAT OŠ B.5.2.</p> <p>Prikazuje skupove i primjenjuje odnose među njima za prikaz rješenja problema.</p>	<p>Oblikuje i prikazuje skupove (brojeva, podataka) i njihove odnose s pomoću Vennovih dijagrama (presjek, unija, podskup).</p> <p>Određuje broj elemenata skupa. Prepoznaje prazan skup.</p> <p>Koristi se matematičkim simbolima u zapisu skupova i njihovih odnosa.</p> <p>Skupovnim zapisom prikazuje rješenja jednostavne nejednadžbe u skupu prirodnih brojeva s nulom.</p> <p>Prošireni sadržaji:</p> <p>Ispisuje i prebrojava elemente skupa u kombinatornim zadacima.</p>	<p>Samostalno povezuje različite zapise skupova. Opisuje presjek i uniju skupova točaka u ravnini.</p>
<p>Sadržaj: Skup. Vennovi dijagrami. Presjek skupova. Unija skupova.</p> <p>Prošireni sadržaj: Elementi skupa u kombinatornim zadacima.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Pri obradi skupova točaka u ravnini upoznati učenike s presjekom dvaju skupova točaka (trokuta, kutova i slično) i unijom dvaju ili više skupova točaka. Moguća istraživanja primjene Vennovih dijagrama u drugim područjima, npr. narječja hrvatskoga jezika, obilježja životinja i sl.</p>		
<p>MAT OŠ C.5.1.</p> <p>Opisuje skupove točaka u ravnini te analizira i primjenjuje njihova svojstva i odnose.</p>	<p>Služeći se geometrijskim priborom, matematičkim jezikom proučava, opisuje, definira, skicira, crta i označava skupove točaka u ravnini (točke, pravci, polupravci, dužine, kutovi) i njihove međusobne odnose. Opisuje sukladnost dužina i kutova.</p> <p>Crta usporedne i okomite pravce, susjedne i vršne kutove te kutove uz presječnicu usporednih pravaca. Analizira kutove s usporednim kracima.</p> <p>Prepoznaje vrste kutova, od šiljastoga do punoga.</p> <p>Konstruira i definira simetralu dužine, opisuje i primjenjuje njezina svojstva.</p> <p>Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>Opisuje i prikazuje međusobne odnose skupova točaka u ravnini, sukladnost dužina i kutova matematičkim jezikom.</p> <p>Crta vršne i susjedne kutove.</p>
<p>Sadržaj: Skupovi točaka u ravnini: točka, pravac, polupravac, dužina, kut. Vrste kutova. Sukladne dužine. Sukladni kutovi. Simetrala dužine. Kutovi uz presječnicu usporednih pravaca.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Poticati grafomotoriku učenika. Posebno precizno crtati ili konstruirati usporedne i okomite pravce uz označavanje i zapisivanje odnosa matematičkim jezikom. Pri obradi skupova točaka u ravnini upoznati učenike s presjekom dvaju skupova točaka (trokuta, kutova i slično) i unijom dvaju ili više skupova točaka.</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama. Ishod C.5.1. preduvjet je za ostvarenje ishoda C.5.3.</p>		
<p>MAT OŠ C.5.2.</p> <p>Opisuje i crta /konstruira geometrijske likove te stvara motive koristeći se njima.</p>	<p>Precizno i uredno crta/konstruira, skicira geometrijske likove (kvadrat, pravokutnik, trokut, kružnicu, krug i njegove dijelove).</p> <p>Opisuje trokut, kvadrat i pravokutnik (vrhovi, stranice, dijagonale i njihovi odnosi, kutovi).</p> <p>Definira kružnicu i krug te opisuje njihove elemente (polumjer, promjer, tetiva).</p> <p>Opisuje i crta dijelove kruga (kružni isječak, kružni odsječak, kružni vijenac).</p> <p>Korelacija s Geografijom, Prirodom i Tehničkom kulturom.</p>	<p>Precizno i uredno konstruira kružnicu, krug, jednakokranični i jednakokračni trokut.</p> <p>Definira kružnicu, krug, opisuje polumjer i promjer.</p>
<p>Sadržaj: Konstrukcija kvadrata. Konstrukcija pravokutnika. Konstrukcija jednakokraničnoga i jednakokračnoga trokuta. Konstrukcija kružnice i kruga. Dijelovi kružnice i kruga.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Konstruirati okomicu primjenom svojstva simetrale dužine. Može se prikazivati presjek ili unija dvaju ili više geometrijskih likova i stvarati motive. Upotrebljavajući stvarne materijale, rezati, docrtavati, dopunjavati, sastavljati i rastavljati ravninske oblike sastavljene od trokuta i četverokuta. Može se upotrijebiti i tangram. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		

<p>MAT OŠ C.5.3.</p> <p>Osnosimetrično i centralnosimetrično preslikava skupove točaka u ravnini.</p>	<p>Osnosimetrično i centralnosimetrično preslikava skupove točaka u ravnini (točku, dužinu, pravac, trokut, četverokut, krug i kružnicu).</p> <p>Prepoznaje osnosimetrični/ centralnosimetrični lik i određuje os/centar simetrije.</p> <p>Korelacija s Informatikom.</p>	<p>Osnosimetrično i centralnosimetrično preslikava skupove točaka u ravnini (točku, dužinu, trokut, četverokut, krug i kružnicu).</p>
<p>Sadržaj: Osa simetrija. Centralna simetrija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Služeći se stvarnim materijalima, rezati, docrtavati, dopunjavati, sastavljati i rastavljati osnosimetrične i centralnosimetrične slike. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama. Ishod C.5.1. preduvjet je za ostvarenje ishoda C.5.3.</p>		
<p>MAT OŠ D.5.1.</p> <p>Mjeri i crta kutove, određuje mjere susjednih i vršnih kutova.</p>	<p>Mjeri i crta kutove s pomoću kutomjera. Klasificira kutove od šiljastoga do punoga.</p> <p>Računa mjeru kuta u stupnjevima i minutama te crta kutove zadane svojom mjerom.</p> <p>Opisuje susjedne (sukute) i vršne kutove.</p> <p>Određuje mjere susjednih i vršnih kutova.</p>	<p>Mjeri i crta kutove objašnjavajući postupak. Klasificira kutove.</p>
<p>Sadržaj: Mjera kuta. Klasifikacija kutova. Susjedni kutovi. Vršni kutovi.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.5.2.</p> <p>Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice za duljinu (km, m, dm, cm, mm), masu (t, kg, dag, g, mg), vrijeme (s, min, h, dan, tjedan, mjesec, godina, stoljeće, desetljeće, tisućljeće), volumen tekućine (hl, l, dl, ml) i primjenjuje ih pri rješavanju problema.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Prirodom, Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi).</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice za duljinu (km), masu (t, kg, g), vrijeme (tjedan, mjesec, godina), volumen tekućine (l, dl) povezujući ih s primjerima iz okoline.</p>
<p>Sadržaj: Mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme i volumen tekućine.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Volumen tekućine preračunavati u zadatcima bliskima učenikovu iskustvu.</p>		
<p>MAT OŠ D.5.3.</p> <p>Primjenjuje računanje s novcem.</p>	<p>Računa s novcem u problemskoj situaciji.</p> <p>Povezuje pojam jedinične cijene s cijenom proizvoda i usluga.</p> <p>Poznaje pojam valute (euro i još jedna valuta iz okružja) i tečajne liste. Preračunava jednu valutu u drugu.</p> <p>Korelacija s Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi), međupredmetnim temama Poduzetništvo, Osobni i socijalni razvoj.</p>	<p>Uz prethodnu procjenu povezuje pojam jedinične cijene s cijenom proizvoda i usluga.</p> <p>Preračunava jednu valutu u drugu.</p>
<p>Sadržaj: Novac i računanje s novcem.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Primjer jednostavne situacije: kupnja, štednja, džeparac, kućni budžet. Istražiti i upoznati različite valute, tečajnu listu. Pri računanju zaokruživati rezultat na dvije decimale. Istražiti povijesne crtcice o novcu. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.5.4.</p> <p>Računa i primjenjuje opseg i površinu geometrijskih likova.</p>	<p>Opisuje i računa opseg geometrijskoga lika ili geometrijskih oblika sastavljenih od osnovnih geometrijskih likova (kvadrata, pravokutnika, trokuta).</p> <p>Opisuje i računa površinu kvadrata i pravokutnika.</p> <p>Otkriva i obrazlaže formule za opseg i površinu.</p> <p>Povezuje umnožak dvaju jednakih brojeva s pojmom kvadrata broja i mjernom jedinicom za površinu.</p> <p>Poznaje mjerne jedinice za površinu (kilometar kvadratni, metar kvadratni, decimetar kvadratni, centimetar kvadratni, milimetar kvadratni).</p>	<p>Uz prethodnu procjenu računa opseg (kvadrata, pravokutnika, trokuta) i površinu (kvadrata i pravokutnika).</p> <p>Otkriva i obrazlaže formule za opseg (kvadrata, pravokutnika, trokuta) i površinu (kvadrata i pravokutnika).</p>
<p>Sadržaj: Površina i opseg kvadrata i pravokutnika. Opseg trokuta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Uvesti znakove za mjerne jedinice površine bez preračunavanja. Slagati slike od dijelova tangrama, mjeriti potrebne dimenzije likova i računati njihov opseg. Procjenjivati. Rješavati zadatke sadržajem povezane s učenikovom okolinom i poticati ih da stvaraju crteže sastavljene od geometrijskih likova te računaju njihove opsege i površine.</p>		
<p>MAT OŠ D.5.5.</p> <p>Računa i primjenjuje volumen kocke i kvadra.</p>	<p>Objašnjava volumen kocke i kvadra kao broj istovrsnih jediničnih kocaka od kojih je sastavljen.</p> <p>Otkriva i obrazlaže formulu za volumen kocke i kvadra.</p> <p>Procjenjuje i računa volumen kocke i kvadra u problemskim situacijama. Povezuje umnožak triju jednakih prirodnih brojeva s pojmom kuba prirodnoga broja i mjernom jedinicom za volumen.</p> <p>Poznaje mjerne jedinice za volumen (metar kubni, decimetar kubni, centimetar kubni).</p>	<p>Slaže tijelo zadanoga volumena od jediničnih kocaka.</p> <p>Određuje volumen kocke koja je izgrađena od jediničnih kocaka.</p>

Sadržaj: Kocka, kvadar. Volumen kocke i kvadra.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Uvesti znakove za mjerne jedinice volumena bez preračunavanja. Na prikazu geometrijskoga tijela u ravnini, izgrađenoga od jediničnih kocaka, nisu potpuno uočljive sve jedinične kocke. Procjenjivati. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.		
MAT OŠ E.5.1. Barata podacima prikazanim na različite načine.	Povezuje, uspoređuje i tumači podatke prikazane tablicama, slikama, listama te različitim grafovima i dijagramima prikazanim u prvome kvadrantu (koordinatnoga sustava u ravnini). Na vodoravnu os nanosi obilježja skupa podataka, a na okomitu broj elemenata skupa s danim obilježjem ili obratno. Odgovara na pitanja koja nadilaze izravno čitanje podataka (npr. računa s grafički prikazanim podacima). Prošireni sadržaj: Računa aritmetičku sredinu brojčanih podataka. Korelacija s Geografijom, Prirodom, Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi), međupredmetnim temama Poduzetništvo, Osobni i socijalni razvoj i Zdravlje.	Tumači prikaz podataka tablicama, slikama, listama te različitim grafovima i dijagramima.
Sadržaj: Grafovi i dijagrami. Crtanje grafa ili dijagrama. Očitavanje grafa i dijagrama. Prošireni sadržaj: Aritmetička sredina.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Iz zadanoga prikaza odrediti skup objekata, obilježja skupa, broj elemenata skupa s danim obilježjem. Ovaj bi ishod bilo korisno ostvariti provođenjem stvarnih istraživanja u nekome razdoblju (natalitet, mortalitet, padaline, zdrava prehrana, fizičko i mentalno zdravlje, potrošnja energije, hrane...) što omogućuje integriranu nastavu sa sadržajima predmeta Geografija i Priroda. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.		

## Osnovna škola Matematika 6. razred – 140 sati godišnje



Slika 7. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u šestoj godini učenja

### Matematika na kraju 6. razreda osnovne škole učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
--------------------------	----------------	--

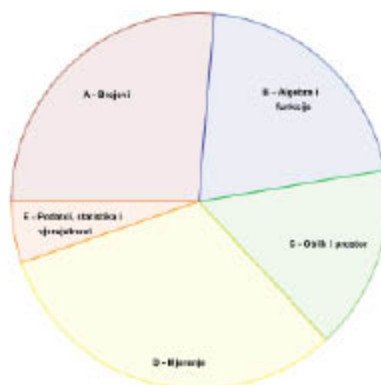
<p>MAT OŠ A.6.1.</p> <p>Računa najmanji zajednički višekratnik i primjenjuje svojstva djeljivosti prirodnih brojeva.</p>	<p>Pronalazi zajedničke djelitelje, najveći zajednički djelitelj, zajedničke višekratnike, najmanji zajednički višekratnik dvaju i više prirodnih brojeva.</p> <p>Primjenjuje svojstva djeljivosti umnoška prirodnih brojeva.</p> <p>Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p> <p>Prošireni sadržaji:</p> <p>Opisuje i primjenjuje svojstvo relativno prostih brojeva.</p>	<p>Računa najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik dvaju ili više brojeva.</p>
<p>Sadržaj: Najmanji zajednički višekratnik. Najveći zajednički djelitelj. Svojstva djeljivosti umnoška prirodnih brojeva.</p> <p>Prošireni sadržaj: Svojstvo relativno prostih brojeva.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Moguća istraživanja: savršeni brojevi, prijateljski brojevi...</p>		
<p>MAT OŠ A.6.2.</p> <p>Proširuje i skraćuje razlomke te primjenjuje postupak svođenja na zajednički nazivnik.</p>	<p>Proširuje i skraćuje razlomke.</p> <p>Svodi razlomke na zajednički nazivnik i najmanji zajednički nazivnik. Te postupke provodi računski uz obrazloženje.</p> <p>Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p>	<p>Skraćuje razlomak do neskrativoga razlomka.</p> <p>Svodi razlomke na najmanji zajednički nazivnik.</p>
<p>Sadržaj: Proširivanje razlomaka. Skraćivanje razlomaka. Svođenje razlomka na zajednički nazivnik.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Pri uvođenju postupka proširivanja i skraćivanja razlomaka te svođenja na zajednički nazivnik koristiti se slikovnim prikazom postupaka. Nazivnici ne trebaju biti veliki brojevi. Ravnopravno uključiti prirodne i mješovite brojeve te decimalne zapise racionalnih brojeva.</p>		
<p>MAT OŠ A.6.3.</p> <p>Primjenjuje različite zapise nenegativnih racionalnih brojeva.</p>	<p>Matematičkim jezikom opisuje, predočava i primjenjuje jednakost među različitim zapisima nenegativnih racionalnih brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, pravih razlomaka, nepravih razlomaka, mješovitih brojeva, postotaka i promila).</p> <p>Povezuje omjer dviju veličina s razlomkom.</p> <p>Odnos dviju veličina prikazanih omjerom u problemskoj situaciji prikazuje razlomkom.</p> <p>Odabire prikladan zapis pri rješavanju brojevnih izraza i problemskih situacija.</p>	<p>Odabire, uz obrazloženje, odgovarajući oblik zapisa u brojevnim izrazima koje rješava.</p> <p>Odnos dviju veličina prikazanih omjerom u problemskoj situaciji prikazuje razlomkom.</p>
<p>Sadržaj: Nenegativni racionalni brojevi. Omjer dviju istoimenih veličina.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Poticati učenika da mentalno računajući prelazi između različitih zapisa pozitivnih racionalnih brojeva. Naglasiti da neke razlomke nije korisno pretvarati u decimalni zapis jer imaju beskonačno mnogo decimala.</p>		
<p>MAT OŠ A.6.4.</p> <p>Primjenjuje uspoređivanje nenegativnih racionalnih brojeva.</p>	<p>Čita, zapisuje i tumači znakove <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, <math>\leq</math>, <math>\geq</math>, <math>=</math>, <math>\neq</math> pri uspoređivanju pozitivnih racionalnih brojeva.</p> <p>Uspoređuje nenegativne racionalne brojeve različitoga zapisa.</p> <p>Reda po veličini nenegativne racionalne brojeve koristeći se produženom nejednakošću.</p> <p>Odabire prikladan zapis u kontekstu.</p> <p>Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p> <p>Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>Odabire prikladan zapis pri uspoređivanju dvaju nenegativnih racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija.</p>
<p>Sadržaj: Uspoređivanje nenegativnih racionalnih brojeva.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Pri uspoređivanju razlomaka ne treba pretjerivati s velikim nazivnicima. Poticati procese zaokruživanja i procjene pogreške u zaokruživanju. Odnos skupova N i Q prikazivati Vennovim dijagramom.</p>		
<p>MAT OŠ A.6.5.</p> <p>Računa s nenegativnim racionalnim brojevima.</p>	<p>Zbraja, oduzima, množi (povezuje umnožak dvaju jednakih racionalnih brojeva s pojmom kvadrata) i dijeli nenegativne racionalne brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija.</p> <p>Povezuje nenegativni racionalni broj s njegovom recipročnom vrijednošću.</p> <p>Pojednostavnjuje dvojni razlomak. Zbraja i oduzima istoimene monome, množi monom monomom.</p> <p>Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza.</p>	<p>Računa vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući svojstva računskih operacija. Pojednostavnjuje dvojni razlomak.</p> <p>Množi monom monomom.</p>
<p>Sadržaj: Računske operacije s nenegativnim racionalnim brojevima. Recipročni nenegativni racionalni brojevi. Dvojni razlomak. Vrijednost jednostavnoga algebarskog izraza za zadane nenegativne racionalne brojeve. Pojednostavnjivanje jednostavnih algebarskih izraza.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Računati vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane vrijednosti. Ne uvoditi pojmove <i>baza</i> i <i>eksponent</i>. Poticati učenika da mentalno računajući kvadrira odgovarajuće racionalne brojeve.</p>		

<p>MAT OŠ A.6.6.</p> <p>Prikazuje i primjenjuje cijele brojeve.</p>	<p>Na brojevnome pravcu istražuje i otkriva cijele brojeve, pozitivne, negativne brojeve i nulu, suprotne brojeve, apsolutnu vrijednost cijeloga broja.</p> <p>Čita, zapisuje i tumači znakove <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, <math>\leq</math>, <math>\geq</math>, <math>=</math>, <math>\neq</math> pri uspoređivanju cijelih brojeva.</p> <p>Pridružuje cijele brojeve točkama pravca i obratno.</p> <p>Skupovnim zapisom prikazuje rješenja jednostavne nejednadžbe u skupu cijelih brojeva.</p> <p>Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>Određuje apsolutnu vrijednost cijeloga broja i uspoređuje cijele brojeve uz obrazloženje.</p> <p>Skupovnim zapisom prikazuje rješenja jednostavne nejednadžbe u skupu cijelih brojeva.</p>
<p>Sadržaj: Cijeli brojevi. Apsolutna vrijednost cijeloga broja. Uspoređivanje cijelih brojeva.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Matematičkim zapisom prikazivati skup cijelih brojeva, odnos skupova <math>N</math> i <math>Z</math> prikazivati Vennovim dijagramom. Ravnopravno se koristiti pojmovima <i>apsolutna vrijednost</i> i <i>udaljenost cijeloga broja od nule</i> na brojevnome pravcu.</p>		
<p>MAT OŠ A.6.7.</p> <p>Računa s cijelim brojevima.</p>	<p>Zbraja, oduzima, množi i dijeli cijele brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija.</p> <p>Obrazlaže odabir matematičkih postupaka.</p> <p>Procjenjuje i preispituje smislenost rezultata. Računa kvadrate cijelih brojeva.</p> <p>Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza.</p> <p>Brojevnim izrazom modelira problemsku situaciju koju rješava.</p>	<p>Računa vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući svojstva računskih operacija.</p> <p>Množi monom monomom.</p>
<p>Sadržaj: Računanje s cijelim brojevima. Kvadrat cijeloga broja. Vrijednost jednostavnoga algebarskog izraza za zadane cijele brojeve.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Računati vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane vrijednosti. Zbrajati i oduzimati istoimene monome. Stalno procjenjivati i preispitivati smislenost rezultata. Rješavati matematičke mozgalice, zbrajaljke, premetaljke, brojevnne nizove, magične kvadrate.</p>		
<p>MAT OŠ A.6.8.</p> <p>Primjenjuje potenciju baze 10 i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.</p>	<p>Opisuje potenciju baze 10 i prirodnoga eksponenta kao zapis višestrukoga množenja broja 10.</p> <p>Primjenjuje potenciju s bazom 10 i eksponentom nula.</p> <p>Prikazuje dekadsku jedinicu kao potenciju baze 10 i prirodnoga eksponenta.</p> <p>Zbraja, oduzima i množi s potencijama baze 10 i nenegativnih cjelobrojnih eksponenata (uključiti samo cjelobrojne koeficijente).</p> <p>Argumentira uočeno pravilo o množenju s potencijama baze 10 i nenegativnih cjelobrojnih eksponenata.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Dijeli s potencijama baze 10 i nenegativnih cjelobrojnih eksponenata.</p>	<p>Prikazuje dekadsku jedinicu kao potenciju baze 10 i prirodnoga eksponenta i obratno. Primjenjuje potenciju s bazom 10 i eksponentom nula.</p>
<p>Sadržaj: Potencija baze 10 i prirodnoga eksponenta. Zbrajanje, oduzimanje i množenje potencija baze 10 nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.</p>		
<p>Prošireni sadržaj: Dijeljenje potencija baze 10 nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Učenike upoznati s koeficijentom, bazom i eksponentom potencije. Zbrajati i oduzimati istovrsne potencije ili množiti potencije u jednostavnim izrazima.</p> <p>Primjer jednostavnoga izraza: <math>5 \cdot 10^2 \pm 2 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10^2 \cdot 7 \cdot 10^2</math>, koeficijenti su cijeli brojevi.</p>		
<p>MAT OŠ B.6.1.</p> <p>Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.</p>	<p>Analizira problemsku situaciju u skupovima <math>Q^+</math> i <math>Z</math> i zapisuje ju linearnom jednadžbom.</p> <p>Rješava jednadžbu koja se svodi na oblik <math>ax = b</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> nenegativni racionalni ili cijeli brojevi, primjenjujući ekvivalentnost jednadžbi.</p> <p>Odnos dviju veličina prikazanih omjerom u problemskoj situaciji prikazuje razlomkom.</p> <p>Primjenjuje ekvivalentnost razlomaka za određivanje nepoznatoga brojnika ili nazivnika.</p> <p>Koristi se opsegom i površinom geometrijskih likova za računanje duljina njihovih stranica. Računa mjeru nepoznatoga kuta u trokutu i četverokutu.</p> <p>Rješava jednostavne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p> <p>Provjera točnosti rješenja jednadžbe. Preispituje smislenost rješenja i tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Rješava jednostavnu linearnu nejednadžbu.</p> <p>Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>Primjenom ekvivalencije jednadžbi složeniju linearnu jednadžbu svodi na oblik <math>ax = b</math> i rješava uz provjeru.</p>
<p>Sadržaj: Jednadžbe oblika <math>ax = b</math>.</p>		
<p>Prošireni sadržaj: Jednostavna linearna nejednadžba.</p>		

<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Rješavati jednostavne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću. Izražavati nepoznatu veličinu iz jednostavne jednadžbe, npr. <math>ax = b</math>, <math>a = b/x</math>, <math>x = b/a</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> nenegativni racionalni ili cijeli brojevi, koristeći se vezom između računskih operacija (priprema za biologiju, kemiju i fiziku).</p>		
<p>MAT OŠ C.6.1. Konstruira kut i njegovu simetralu.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje kut, vrh kuta i krak kuta te kutni stupanj. Konstruira kutove od <math>60^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>90^\circ</math> i njihove kombinacije primjenjujući svojstva simetrale kuta. Prenosi kut. Procjenjuje mjeru nacrtanih kutova. Prošireni sadržaj: Konstruira trokutu upisanu kružnicu.</p>	<p>Uredno i precizno konstruira kutove od <math>30^\circ</math> i <math>90^\circ</math>. Obrazlaže konstrukciju.</p>
<p>Sadržaj: Kut. Simetrala kuta. Konstrukcije kutova <math>60^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>30^\circ</math>, <math>90^\circ</math>. Prošireni sadržaj: Konstrukcija trokutu upisane kružnice.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Procjenjivati mjere nacrtanih kutova. U prostoru se može fizički približno okretati za određeni kut. Ponuditi učeniku gotovu konstrukciju kuta kako bi prepoznao o kojemu je kutu riječ. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ C.6.2. Konstruira trokute, analizira njihova svojstva i odnose.</p>	<p>Otkriva i obrazlaže postojanje trokuta. Klasificira trokute s obzirom na mjere kutova. Skicira i konstruira trokute prema poučcima o sukladnosti. Opisuje sukladnost trokuta. Otkriva i crta visine svih vrsta trokuta. Istražuje odnos stranica i kutova u trokutu te odnos vanjskih i unutarnjih kutova trokuta. Prošireni sadržaj: Konstruira opisanu i upisanu kružnicu trokutu. Konstruira četiri karakteristične točke trokuta (Eulerov pravac).</p>	<p>Uočavanjem sukladnih stranica prepoznaje sukladne trokute. Istražuje i opisuje odnos stranica i kutova u trokutu. Crta visine trokuta.</p>
<p>Sadržaj: Trokut. Odnosi stranica i kutova trokuta. Visina trokuta. Sukladnost trokuta. Tri osnovne konstrukcije trokuta. Prošireni sadržaj: Konstrukcija opisane i upisane kružnice trokutu. Konstrukcija četiriju karakterističnih točaka trokuta (Eulerov pravac).</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Nije potrebno dokazivati poučke o sukladnosti. Trokute konstruirati precizno i uredno uz prethodno prostoručno skiciranje. Na skici označiti potrebne elemente i planirati po njoj konstrukciju trokuta. Istražiti vezu između dvaju unutarnjih i nasuprotnoga vanjskog kuta trokuta. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama. Primjenjivati poučke o sukladnosti u jednostavnim dokaznim zadacima.</p>		
<p>MAT OŠ C.6.3. Konstruira četverokute, analizira njihova svojstva i odnose.</p>	<p>Na osnovi uočenih svojstava i odnosa stranica, kutova i dijagonala paralelograma, opisuje, skicira i konstruira kvadrat, pravokutnik, paralelogram i romb. Opisuje kružnicu kvadratu i pravokutniku. Klasificira četverokute s obzirom na paralelnost njihovih stranica. Prošireni sadržaj: Opisuje, skicira i crta trapez i deltoid. Korelacija s Tehničkom kulturom.</p>	<p>Opisuje, skicira i konstruira paralelogram i romb primjenjujući svojstva njihovih stranica i kutova uz obrazloženje.</p>
<p>Sadržaj: Četverokuti – konstrukcija kvadrata, pravokutnika, paralelograma i romba. Prošireni sadržaj: Skiciranje, crtanje/konstrukcija trapeza i deltoida.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: U 5. razredu u ishodu MAT OŠ C.5.1. crta usporedne i okomite pravce, susjedne i vršne kutove te kutove uz presječnicu usporednih pravaca čija je ostvarenost potrebna za ovaj ishod. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.6.1. Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen tekućine, površinu (<math>\text{mm}^2</math>, <math>\text{cm}^2</math>, <math>\text{dm}^2</math>, <math>\text{m}^2</math>, <math>\text{km}^2</math>) i mjeru kuta, mjeri temperaturu, primjenjujući ih pri rješavanju problema. Korelacija s Geografijom i Prirodom, Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi).</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice povezujući ih s primjerima iz okoline.</p>
<p>Sadržaj: Mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen tekućine, površinu, mjeru kuta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Duljina: km, m, dm, cm, mm. Masa: t, kg, dag, g, mg. Volumen tekućine: hl, l, dl, ml. Vrijeme: s, min, h, dan, tjedan, mjesec, godina. Mjera kuta: kutni stupanj, kutna minuta. Površina: <math>\text{mm}^2</math>, <math>\text{cm}^2</math>, <math>\text{dm}^2</math>, <math>\text{m}^2</math>, <math>\text{km}^2</math>. Mjeriti temperaturu.</p>		
<p>MAT OŠ D.6.2. Računa i primjenjuje opseg i površinu trokuta i četverokuta te mjeru kuta.</p>	<p>Opisuje i računa opseg i površinu geometrijskoga lika ili geometrijskih oblika sastavljenih od osnovnih geometrijskih likova (trokuta i paralelograma). Istražuje i primjenjuje zbroj mjera kutova u trokutu i četverokutu.</p>	<p>Uz prethodnu procjenu samostalno i sigurno računa opseg i površinu paralelograma. Otkriva, obrazlaže i primjenjuje formulu za površinu pravokutnoga trokuta.</p>
<p>Sadržaj: Površina i opseg trokuta i paralelograma. Zbroj mjera unutarnjih kutova trokuta i četverokuta.</p>		

<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Dokazati tvrdnje o zbroju mjera kutova u trokutu i četverokutu. Računati opsege i površine u problemskim situacijama u okolini. Potaknuti učenike da sami pronalaze problemske situacije u okolini. Prije računanja procjenjivati veličine kad je god moguće. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.6.3. MAT OŠ A.6.9. Primjenjuje računanje postotnoga iznosa zadane osnovne vrijednosti.</p>	<p>Povezuje postotak, osnovnu vrijednost i postotni iznos u problemskoj situaciji. Računa postotni iznos zadanoga postotka i osnovne vrijednosti. Analizira promjenu postotnoga iznosa s obzirom na promjenu osnovne vrijednosti uz isti postotak. Primjenjuje računanje postotnoga iznosa zadane osnovne vrijednosti u problemima. Korelacija s Geografijom i Prirodom, Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi), međupredmetnim temama Poduzetništvo, Osobni i socijalni razvoj i Zdravlje.</p>	<p>Računa postotni iznos zadane osnovne vrijednosti. Analizira promjenu postotnoga iznosa s obzirom na promjenu osnovne vrijednosti uz isti postotak.</p>
<p>Sadržaj: Postotak. Postotni iznos.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Osnovna vrijednost može biti novčani iznos, duljina, masa, skupina djece, zdrava i nezdrava hrana... Stalno se koristiti procjenom i paziti na smislenost rješenja. Računati PDV zadane osnovne vrijednosti. Poticati mentalno računanje: 1 %, 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 100 %, 200 %, kad je osnovna vrijednost višekratnik broja 100.</p>		
<p>MAT OŠ D.6.4. Pridružuje cijele i pozitivne racionalne brojeve točkama brojevnoga pravca.</p>	<p>Pridružuje točke pravca cijelim i racionalnim brojevima (ishodište, jedinična dužina, jedinična točka, koordinata točke). Očitava koordinatu točke, opisuje njezin položaj na brojevnome pravcu te matematički zapisuje. Prošireni sadržaj: Računski i grafički određuje koordinatu polovišta dužine na brojevnome pravcu. Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>Organizira brojevni pravac i pridružuje pozitivne razlomke jednakih nazivnika točkama pravca. Procjenjuje položaj pozitivnoga racionalnog broja u odnosu na najbliže cijele brojeve.</p>
<p>Sadržaj: Cijeli brojevi i brojevni pravac. Prošireni sadržaj: Polovište dužine na brojevnome pravcu.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Smješteni na brojevni pravac pozitivne razlomke s nazivnikom manjim od 10.</p>		
<p>MAT OŠ D.6.5. U pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini crta točke zadane cjelobrojnim koordinatama.</p>	<p>Organizira pravokutni koordinatni sustav u ravnini (ishodište, jedinične dužine, koordinate točke, koordinatne osi, kvadranti). Povezuje koordinate točke i uređeni par cijelih brojeva. Očitava i crta točke zadane cjelobrojnim koordinatama uz odgovarajući zapis matematičkim jezikom. Prepoznaje i tumači pripadnost točke kvadrantima i koordinatnim osima. Crta likove određene točkama s cjelobrojnim koordinatama. Grafički rješava matematičke probleme. Korelacija s Geografijom i Prirodom.</p>	<p>U koordinatnome sustavu u ravnini crta točke zadane cjelobrojnim koordinatama. Prema zapisu s pomoću koordinata uočava pripadnost točke kvadrantima.</p>
<p>Sadržaj: Pravokutni koordinatni sustav u ravnini. Uređeni par. Točke s cjelobrojnim koordinatama.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Stvarati likove i slike, dopunjavati likove s uvjetom osne i centralne simetrije. Igre: šah, potapanje brodova. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ E.6.1. Prikazuje podatke tablično te linijskim i stupčastim dijagramom frekvencija.</p>	<p>Prikuplja i razvrstava podatke te određuje frekvencije razvrstanih podataka. Prikazuje podatke tablično, linijskim i stupčastim dijagramom frekvencija. Prošireni sadržaj: Računa aritmetičku sredinu brojčanih podataka i interpretira dobiveni rezultat. Korelacija s Geografijom i Prirodom, Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi), međupredmetnim temama Poduzetništvo, Osobni i socijalni razvoj i Zdravlje.</p>	<p>Određuje frekvencije razvrstanih podataka potrebne za grafički prikaz. Prikupljene podatke prikazuje linijskim dijagramom frekvencija.</p>
<p>Sadržaj: Prikupljanje, prikazivanje i tumačenje podataka. Prikazivanje podataka tablično, linijskim i stupčastim dijagramom frekvencija. Prošireni sadržaj: Aritmetička sredina brojčanih podataka i interpretacija dobivenoga rezultata.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovaj ishod bilo bi korisno ostvariti analizom stvarnih istraživanja tijekom nekoga razdoblja (natalitet, mortalitet, padaline, zdrava prehrana, fizičko i mentalno zdravlje, potrošnja energije, hrane...). Čitati podatke iz dvostrukoga linijskog grafa (gustoća naseljenosti, vodostaj rijeka). Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		

## Osnovna škola Matematika 7. razred – 140 sati godišnje



Slika 8. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u sedmoj godini učenja

### Matematika na kraju 7. razreda osnovne škole učenik:

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost**

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT OŠ A.7.1. MAT OŠ D.7.6. Računa postotak i primjenjuje postotni račun.	Prepoznaje, opisuje i povezuje elemente postotnoga računa: postotak, postotni iznos i osnovnu vrijednost u problemskoj situaciji. Primjenjuje postotni račun pri rješavanju problema iz stvarnoga života te za rješavanje matematičkih problema. Korelacija s Geografijom, Kemijom i Biologijom, Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi), međupredmetnim temama Poduzetništvo, Osobni i socijalni razvoj.	Povezuje elemente postotnoga računa. Računa postotak i osnovnu vrijednost u jednostavnoj problemskoj situaciji uz obrazlaganje postupka.
Sadržaj: Postotni račun.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost rješavanja problema. Važno je postotni račun staviti u kontekst financijske pismenosti koja obuhvaća sljedeće: poskupljenje, pojeftinjenje, procjenu realnosti / marketinškoga trika, bruto plaću, neto plaću, poreze. Također je izuzetno važan kontekst društvenih događanja kao što su praćenje izbora, referenduma, statističkih podataka putem dnevnih informacija i slično. Kritički prosuđivati relevantnost dobivenih rezultata. Ukazati na relativiziranje postotaka na različitim uzorcima.		
MAT OŠ A.7.2. Opisuje i primjenjuje znanstveni zapis broja.	Povezuje predmetke mjernih jedinica s decimalnim zapisom i potencijom baze 10 i cjelobrojnim eksponentom. Opisuje znanstveni zapis broja $a \cdot 10^k$ kao umnožak koeficijenta $a$ takvoga da je $1 \leq  a  < 10$ i potencije baze 10, prepoznaje ga i zapisuje. Prelazi iz znanstvenoga zapisa broja u standardni i obratno, uz obrazloženje. Primjenjuje znanstveni zapis broja u izražavanju jako malih/velikih veličina. Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.	Prepoznaje i opisuje znanstveni zapis broja. Pretvara standardni zapis broja u znanstveni. Primjenjuje množenje s potencijama baze 10 i cjelobrojnih eksponenata u problemu.
Sadržaj: Znanstveni zapis broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Povezivati predmetke mjernih jedinica sa zapisom potencije baze 10 i cjelobrojnim eksponentom: deci – $10^{-1}$ , centi – $10^{-2}$ , mili – $10^{-3}$ , mikro – $10^{-6}$ , nano – $10^{-9}$ , piko – $10^{-12}$ , deka – $10^1$ , hekto – $10^2$ , kilo – $10^3$ , mega – $10^6$ , giga – $10^9$ , tera – $10^{12}$ . Preračunavati mjerne jedinice koristeći se potencijama baze 10 i cjelobrojnim eksponentom ( $1 \text{ km} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$ , $1 \text{ m} = 0.001 \cdot 10^{-3} \text{ km} = \text{km}$ , $40\,000 \text{ km} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ km}$ , $1 \text{ mikrometar} = 10^{-6} \text{ m} = 10^{-9} \text{ mm}$ ).		



<p>MAT OŠ A.7.3. Primjenjuje različite zapise racionalnih brojeva.</p>	<p>Matematičkim jezikom opisuje, predočava i primjenjuje jednakost među različitim zapisima racionalnih brojeva (prirodnih brojeva, decimalnih brojeva, decimalnih razlomaka, pravih razlomaka, nepravih razlomaka, mješovitih brojeva, postotaka i promila). Odabire prikladan zapis pri rješavanju brojevnih izraza i problemskih situacija.</p>	<p>Odabire odgovarajući oblik zapisa racionalnoga broja u brojevnim izrazima.</p>
<p>Sadržaj: Zapis racionalnoga broja.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Poticati učenika da mentalno računajući prelazi između različitih zapisa pozitivnih racionalnih brojeva. Odnos skupova N, Z i Q prikazivati Vennovim dijagramom.</p>		
<p>MAT OŠ A.7.4. Primjenjuje uspoređivanje racionalnih brojeva.</p>	<p>Čita, zapisuje i tumači znakove <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, <math>\leq</math>, <math>\geq</math>, <math>=</math>, <math>\neq</math> pri uspoređivanju racionalnih brojeva. Uspoređuje racionalne brojeve različitoga zapisa. Odabire prikladan zapis u kontekstu. Reda po veličini racionalne brojeve koristeći se produženom nejednakošću. Tumači dobiveno rješenje u kontekstu problema. Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Spretno odabire prikladan zapis pri uspoređivanju dvaju racionalnih brojeva u rješavanju problemskih situacija.</p>
<p>Sadržaj: Uspoređivanje racionalnih brojeva.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Pri uspoređivanju razlomaka ne treba pretjerivati s velikim nazivnicima. Poticati procese zaokruživanja i procjene pogreške u zaokruživanju.</p>		
<p>MAT OŠ A.7.5. Primjenjuje računanje s racionalnim brojevima.</p>	<p>Zbraja, oduzima, množi (povezuje umnožak dvaju jednakih racionalnih brojeva s pojmom kvadrata) i dijeli racionalne brojeve primjenjujući svojstva računskih operacija. Prošireni sadržaj: Rješava složeni dvojni razlomak.</p>	<p>Samostalno računa vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući svojstva računskih operacija.</p>
<p>Sadržaj: Računanje s racionalnim brojevima. Kvadriranje racionalnih brojeva. Prošireni sadržaj: Složeni dvojni razlomak.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Pri odabiru zadataka u skupu racionalnih brojeva veću pozornost posvetiti zadacima s decimalnim zapisom. Poticati učenika da mentalno računajući kvadrira odgovarajuće racionalne brojeve.</p>		
<p>MAT OŠ B.7.1. Računa s algebarskim izrazima u Q.</p>	<p>Opisuju monom i binom. Pojednostavnjuje algebarske izraze (eksponenata u rezultatu ne većih od 3) u skupu racionalnih brojeva zbrajanjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem, primjenjujući svojstva računskih operacija. Množi monom binomom i binom binomom.</p>	<p>Množi monom binomom. Zbraja i oduzima algebarske izraze. Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane cjelobrojne vrijednosti.</p>
<p>Sadržaj: Množenje monoma monomom. Množenje binoma binomom. Pojednostavnjivanje algebarskih izraza.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Učenike podsjetiti na ispuštanje znakova za množenje u monomu s koeficijentom. Pri odabiru zadataka u skupu racionalnih brojeva pozornost posvetiti zadacima s decimalnim zapisom racionalnoga broja.</p>		
<p>MAT OŠ B.7.2. Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.</p>	<p>Analizira problemsku situaciju i zapisuje ju linearnom jednadžbom. Rješava jednadžbu koja se svodi na oblik <math>ax = b</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> racionalni brojevi, primjenjujući ekvivalentnost jednadžbi. Odnos dviju veličina prikazanih omjerom prikazuje razlomkom. Primjenjuje ekvivalentnost razlomaka za određivanje nepoznatoga brojnika ili nazivnika. Koristi se opsegom i površinom geometrijskih likova za računanje duljina njihovih stranica, visina, polumjera i promjera kruga. Računa mjeru nepoznatoga kuta u trokutu i četverokutu. Računa elemente postotnoga računa. Rješava jednostavne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću. Provjerava točnost i preispituje smislenost rješenja. Izražava nepoznatu veličinu iz jednostavne linearne jednadžbe oblika <math>ax = b</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> racionalni brojevi, koristeći se vezom među računskim operacijama. Prošireni sadržaj: Rješava jednostavnu linearnu nejednadžbu. Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Složenu linearnu jednadžbu, primjenom ekvivalencije jednadžbi, svodi na oblik <math>ax + b = 0</math> i rješava je uz provjeru.</p>
<p>Sadržaj: Linearna jednadžba. Linearna jednadžba s apsolutnom vrijednošću. Prošireni sadržaj: Jednostavna linearna nejednadžba.</p>		

<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Nije potrebno zadavati komplicirane jednadžbe, naglasak je na oblikovanju jednadžbi iz zadanoga problema i njihovu rješavanju uz provjeru smislenosti rješenja te raspravi o rješenju. Izražavati nepoznatu veličinu iz jednostavne jednadžbe, npr.: <math>ax = b</math>, <math>a = b/x</math>, <math>x = b/a</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> racionalni brojevi, koristeći se vezom između računskih operacija (priprema za biologiju, kemiju i fiziku). Rješavati jednostavne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>		
<p>MAT OŠ B.7.3.</p> <p>Primjenjuje proporcionalnost i obrnutu proporcionalnost.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje proporcionalne i obrnuto proporcionalne veličine.</p> <p>U situacijama iz stvarnoga života prepoznaje i objašnjava proporcionalnost i obrnutu proporcionalnost.</p> <p>Određuje i tumači koeficijent proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti.</p> <p>Povezuje koeficijent proporcionalnosti s omjerom dviju proporcionalnih veličina.</p> <p>Koristi se svojstvima proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti pri rješavanju problemskih situacija.</p> <p>Preispituje smislenost rješenja s obzirom na kontekst.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom, Biologijom i Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi).</p>	<p>Primjenjuje obrnutu proporcionalnost u jednostavnim problemskim situacijama iz stvarnoga života.</p> <p>Tumači odnos veličina u problemu.</p>
<p>Sadržaj: Proporcionalnost. Koeficijent proporcionalnosti. Obrnuta proporcionalnost.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Poticati intuitivni pristup rješavanju problema proporcionalnosti i obrnute proporcionalnosti. Povezivati i iskazivati koeficijent proporcionalnosti kao omjer dviju proporcionalnih veličina te uočiti njegovu stalnost. Koeficijent obrnute proporcionalnosti povezivati i iskazivati kao umnožak obrnuto proporcionalnih veličina te uočiti njegovu stalnost. Opisivati i prikazivati složene mjerne jedinice (km/h, m/s, g/cm<sup>3</sup>, kg/m<sup>3</sup>, stanovnika/km<sup>2</sup>). Preračunavati valute. Također je potrebno raspravljati o smislenosti rješenja problema.</p>		
<p>MAT OŠ B.7.4.</p> <p>Primjenjuje linearnu ovisnost.</p>	<p>Prepoznaje i objašnjava linearnu ovisnost veličina iz stvarnoga života.</p> <p>Oblikuje tablicu pridruženih vrijednosti linearno zavisnih podataka.</p> <p>Povezuje zavisnu i nezavisnu veličinu u problemskoj situaciji.</p> <p>Zapisuje linearnu ovisnost formulom <math>y = ax + b</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> racionalni brojevi.</p> <p>Prikazuje linearnu ovisnost grafički u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini.</p> <p>Analizira promjenu u linearnoj ovisnosti.</p> <p>Uspoređuje i diskutira prikaze dviju različitih linearnih ovisnosti na istome grafu.</p> <p>Linearnom ovisnošću modelira i rješava probleme.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Povezuje linearnu ovisnost s linearnom funkcijom.</p> <p>Korelacija s Informatikom i Fizikom.</p>	<p>Oblikuje tablicu pridruženih vrijednosti linearno zavisnih podataka. Grafički prikazuje i analizira promjenu u linearnoj ovisnosti.</p>
<p>Sadržaj: Linearna ovisnost. Grafički prikaz linearne ovisnosti.</p> <p>Prošireni sadržaj: Povezivanje linearne ovisnosti i linearne funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Naglasak je na proučavanju međusobno zavisnih veličina, na prevođenju uočene situacije linearne ovisnosti u algebarski zapis, tumačenju grafičkoga prikaza linearne ovisnosti i analizi promjene. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ C.7.1.</p> <p>Crta i konstruira mnogokute i koristi se njima pri stvaranju složenijih geometrijskih motiva.</p>	<p>Prepoznaje mnogokute u prostoru.</p> <p>Opisuje mnogokut (stranice, unutarnje i vanjske kutove, dijagonale, središnji kut pravilnoga mnogokuta).</p> <p>Razlikuje pravilne i nepravilne mnogokute, konveksne i nekonveksne.</p> <p>Opisuje središnji kut i crta karakteristični trokut.</p> <p>Konstruira pravilne mnogokute.</p> <p>Pronalazi i opisuje particije (trokut, paralelogram) nepravilnoga mnogokuta.</p> <p>Skicira, crta ili konstruira nepravilni mnogokut.</p> <p>Korelacija s Tehničkom kulturom.</p>	<p>Skicira i crta mnogokut, analizira ga i ističe uočene particije (trokut, paralelogram).</p>
<p>Sadržaj: Mnogokuti. Pravilni mnogokuti.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Nepravilni mnogokuti mogu biti tlocrti, nacrti, bokocrti, mreže geometrijskih tijela, oblici složeni od pravilnih mnogokuta. Cilj je osposobiti učenika da motiv koji se temelji na mnogokutu zna opisati, analizirati i rekonstruirati crtežom ili konstrukcijom. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama. Istražiti povijesne crtice povezane s arhitekturom i likovnom umjetnošću.</p>		

<p>MAT OŠ C.7.2.</p> <p>Crta, zbraja i oduzima vektore.</p>	<p>Crta i opisuje vektor, njegov smjer, orijentaciju i duljinu.</p> <p>Opisuje odnose između dvaju ili više vektora matematičkim jezikom.</p> <p>Prepoznaje i crta jednake i suprotne vektore, opisuje nulvektor.</p> <p>Zbraja i oduzima vektore u ravnini.</p> <p>Korelacija sa Fizikom.</p>	<p>Zbraja dva vektora uz obrazloženje.</p>
<p>Sadržaj: Vektori. Zbroj i razlika vektora.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama. Ostvariti ishod integriranom nastavom s fizikom, ako je moguće.</p>		
<p>MAT OŠ C.7.3.</p> <p>Translatira skupove točaka u ravnini.</p>	<p>Translatira točke, dužine, pravce i ostale skupove točaka u ravnini (trokut, četverokut, krug i kružnicu) za zadani vektor.</p> <p>Prepoznaje i opisuje lik nastao translacijom.</p> <p>Translacijom stvara složene slike.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Istražuje međusobne položaje dviju kružnica u ravnini.</p>	<p>Translatira trokut i četverokut.</p>
<p>Sadržaj: Translacija skupova točaka.</p> <p>Prošireni sadržaj: Međusobni odnos dviju kružnica u ravnini.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Ponoviti osnu i centralnu simetriju. Kao dodatnu vrijednost, ako situacija u razredu dopušta, napraviti i kompoziciju preslikavanja. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.7.1.</p> <p>Pridružuje točke pravca racionalnim brojevima.</p>	<p>Pridružuje točke pravca racionalnim brojevima.</p> <p>Očitava i zapisuje koordinatu točke te opisuje njezin položaj u koordinatnome sustavu na pravcu matematičkim jezikom.</p> <p>Organizira koordinatni sustav na pravcu.</p> <p>Procjenjuje položaj racionalnoga broja u odnosu na najbliže cijele brojeve.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Računski i grafički određuje koordinatu polovišta dužine u koordinatnome sustavu na pravcu.</p> <p>Istražuje i prikazuje u koordinatnome sustavu na pravcu pripadnost intervalu.</p> <p>Zapisuje matematičkim jezikom i prikazuje u koordinatnome sustavu na pravcu otvoreni, poluotvoreni, zatvoreni interval.</p>	<p>Samostalno organizira koordinatni sustav na pravcu i pridružuje razlomke jednakih nazivnika točkama pravca.</p> <p>Procjenjuje položaj racionalnoga broja u odnosu na najbliže cijele brojeve.</p>
<p>Sadržaj: Racionalni brojevi i brojevni pravac. Koordinatni sustav na pravcu.</p> <p>Prošireni sadržaj: Koordinate polovišta dužina na koordinatnome sustavu na pravcu. Intervali.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.7.2.</p> <p>U koordinatnome sustavu u ravnini crta točke s racionalnim koordinatama i stvara motive koristeći se njima.</p>	<p>Crta i opisuje koordinatni sustav u ravnini.</p> <p>Crta i očitava točke s pomoću njihovih koordinata.</p> <p>Crta geometrijske oblike određene koordinatama točaka koje ih određuju.</p> <p>Dopunjava i stvara transformirane slike (osna i centralna simetrija, translacija).</p> <p>Grafički rješava matematičke probleme.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Očitava i crta točke u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini zadane racionalnim koordinatama. Prema zapisu s pomoću koordinata prepoznaje i tumači pripadnost točke kvadrantima i koordinatnim osima.</p>
<p>Sadržaj: Pravokutni koordinatni sustav u ravnini. Racionalne koordinate točaka u koordinatnoj ravnini.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.7.3.</p> <p>Odabire strategije za računanje opsega i površine mnogokuta.</p>	<p>Opisuje i računa opseg i površinu nepravilnih i pravilnih mnogokuta.</p> <p>Otkriva, obrazlaže i primjenjuje formulu za površinu pravilnoga mnogokuta koristeći se površinom karakterističnoga trokuta.</p> <p>Argumentira odabir strategije za računanje opsega i površine mnogokuta u problemskoj situaciji.</p> <p>Korelacija s Fizikom i Kemijom.</p>	<p>Otkriva, obrazlaže i primjenjuje formulu za površinu pravilnoga mnogokuta.</p> <p>Računa opseg i površinu pravilnoga mnogokuta.</p>
<p>Sadržaj: Površina i opseg mnogokuta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Zadavati problemske situacije računanja opsega i površine koje se tiču problema iz stvarnoga života. Potaknuti učenike da sami pronalaze problemske situacije. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		

<p>MAT OŠ D.7.4.</p> <p>Računa i primjenjuje opseg i površinu kruga i njegovih dijelova.</p>	<p>Istražuje i računa opseg i površinu kruga i njegovih dijelova.</p> <p>Objašnjava ulogu i svojstva broja <math>\pi</math>.</p> <p>Modelira površinama i opsezima geometrijskih oblika (krug i dijelovi, kružnica i dijelovi, kružni vijenac, mnogokuti) rješavanje problemske situacije.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Računa opseg i površinu kruga koristeći se formulom uz objašnjenje. Rezultat zaokružuje.</p>
<p>Sadržaj: Opseg kruga. Površina kruga. Duljina kružnog luka. Površina kružnoga isječka i kružnoga vijenca.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. U računanju se mogu koristiti aproksimacije 3.14 ili 22/7. Računati površinu kružnoga isječka i duljinu kružnoga luka primjenom proporcionalnosti. Istražiti povijesne crtice o broju <math>\pi</math>. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.7.5.</p> <p>Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen (<math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>), površinu i mjeru kuta.</p> <p>Odabire odgovarajuću mjernu jedinicu pri rješavanju problema.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom, Biologijom i Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi).</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen (<math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>), površinu i mjeru kuta, povezujući ih s primjerima iz okoline.</p>
<p>Sadržaj: Mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen, površinu i mjeru kuta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Duljina: km, m, dm, cm, mm. Masa: t, kg, dag, g, mg.</p> <p>Volumen tekućine: hl, l, dl, ml.</p> <p>Vrijeme: s, min, h, dan, tjedan, mjesec, godina.</p> <p>Površina: <math>\text{km}^2</math>, <math>\text{m}^2</math>, <math>\text{dm}^2</math>, <math>\text{cm}^2</math>, <math>\text{mm}^2</math>.</p> <p>Volumen: <math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>.</p> <p>Mjere kuta: kutni stupanj i kutna minuta.</p>		
<p>MAT OŠ E.7.1.</p> <p>Organizira i analizira podatke prikazane dijagramom relativnih frekvencija.</p>	<p>Prikuplja, razvrstava podatke i određuje frekvencije i relativne frekvencije razvrstanih podataka.</p> <p>Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom relativnih frekvencija.</p> <p>Analizira rezultate i raspravlja o njima.</p> <p>Donosi odluke na osnovi prikazanih i analiziranih podataka.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom, Biologijom, Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi), međupredmetnim temama Poduzetništvo, Osobni i socijalni razvoj i Zdravlje.</p>	<p>Određuje relativne frekvencije razvrstanih podataka potrebne za grafički prikaz.</p> <p>Prikupljene podatke prikazuje stupčastim dijagramom relativnih frekvencija i tumači prikaz.</p>
<p>Sadržaj: Frekvencija. Graf frekvencije. Relativna frekvencija. Graf relativne frekvencije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Ovaj ishod bilo bi korisno ostvariti analizom stvarnih istraživanja tijekom nekoga razdoblja (natalitet, mortalitet, padaline, zdrava prehrana, tjelesno i mentalno zdravlje, potrošnja energije, hrane...). Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		

## Osnovna škola Matematika 8. razred – 140 sati godišnje



Slika 9. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u osmoj godini učenja

**Matematika na kraju 8. razreda osnovne škole učenik:**

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost**

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT OŠ A.8.1. Računa s korijenima.	<p>Objašnjava pojam drugoga korijena nenegativnoga racionalnog broja.</p> <p>Mentalno računa drugi korijen odgovarajućega nenegativnoga racionalnog broja.</p> <p>Procjenjuje najbliži cjelobrojni iznos drugoga korijena nenegativnoga racionalnog broja do 20 koji nije potpuni kvadrat, uz objašnjenje.</p> <p>Povezuje drugi korijen nenegativnoga racionalnog broja s kvadratom prirodnoga broja do 100 koristeći se tablicom.</p> <p>Korjenjuje umnožak i količnik primjenjujući pravilo.</p> <p>Istražuje i otkriva postupak djelomičnoga korjenovanja.</p> <p>Djelomično korjenjuje i pojednostavnjuje izraze s korijenima.</p> <p>Primjenjuje računanje s korijenima.</p> <p>Prošireni sadržaj: Racionalizira nazivnik.</p>	<p>Procjenjuje najbliži cjelobrojni iznos drugoga korijena nenegativnoga racionalnog broja do 20.</p> <p>Korjenjuje umnožak i količnik.</p> <p>Množi i dijeli korijene.</p> <p>Povezuje drugi korijen nenegativnoga racionalnog broja s kvadratom prirodnoga broja do 100 koristeći se tablicom.</p>
<p>Sadržaj: Drugi korijen. Korjenovanje umnoška i količnika. Djelomično korjenovanje.</p> <p>Prošireni sadržaj: Racionalizacija nazivnika.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Poticati učenika da objašnjava: Drugi ili kvadratni korijen iz pozitivnoga broja <math>a</math> pozitivan je broj čiji je kvadrat jednak <math>a</math>. Drugi korijen iz nule je nula.</p>		
MAT OŠ A.8.2. Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.	<p>Mentalno računa kvadrate prirodnih brojeva do 20.</p> <p>Povezuje zapis višestrukoga množenja racionalnoga broja s potencijom racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.</p> <p>Primjenjuje potencije racionalne baze i eksponenta nula.</p> <p>Množi i dijeli s potencijama jednakih racionalnih baza i nenegativnih cjelobrojnih eksponenata u jednostavnim izrazima.</p> <p>Potencira potenciju.</p> <p>Kvadrira umnožak i količnik.</p> <p>Argumentira uočeno pravilo računanja s potencijama racionalnih baza i nenegativnih cjelobrojnih eksponenata.</p> <p>Računa s podacima prikazanim znanstvenim zapisom.</p>	<p>Računa vrijednost potencije racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta, uz uporabu džepnoga računala.</p> <p>Primjenjuje potencije racionalne baze i eksponenta nula.</p>
<p>Sadržaj: Potencija nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta. Množenje i dijeljenje potencija nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta. Potenciranje potencije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Istražiti povijesne crtcice povezane s potencijom.</p>		
MAT OŠ A.8.3. Prepoznaje odnose među skupovima $N$ , $Z$ , $Q$ , $I$ i $R$ te raspravlja o pripadnosti rješenja jednadžbe skupu brojeva.	<p>Imenuje i opisuje skupove brojeva <math>N</math>, <math>Z</math>, <math>Q</math>, <math>I</math> i <math>R</math> i njihove odnose (podskup, presjek, komplement).</p> <p>Navodi karakteristične primjere brojeva iz pojedinoga skupa, presjeka skupova ili njegova komplementa.</p> <p>Određuje pripadnost rješenja jednadžbe skupu brojeva.</p>	<p>Razlikuje racionalne od iracionalnih brojeva i povezuje iste brojeve različitoga zapisa. Matematičkim jezikom zapisuje pripadnost brojeva skupu.</p>

	<p>Određuje pripadnost brojeva skupu. Prikazuje odnose među skupovima Vennovim dijagramom.</p> <p>Raspravlja o pripadnosti rješenja skupovima N, Z, Q, I i R.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Istražuje vezu između nazivnika racionalnoga broja i njegova decimalnog zapisa.</p>	
<p>Sadržaj: Skupovi brojeva.</p> <p>Prošireni sadržaj: Vrste decimalnoga zapisa racionalnih brojeva.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ B.8.1.</p> <p>Računa s algebarskim izrazima u R.</p>	<p>Pojednostavnjuje algebarske izraze u skupu R zbrajanjem, oduzimanjem, množenjem i dijeljenjem primjenjujući svojstva računskih operacija.</p> <p>Množi monom binomom i binom binomomom.</p> <p>Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza.</p> <p>Izlučuje zajednički faktor.</p> <p>Pojednostavnjuje algebarske izraze.</p> <p>Prikazuje veličine matematičkim formulama.</p>	<p>Množi binom binomom. Zbraja i oduzima algebarske izraze.</p> <p>Računa vrijednosti jednostavnih algebarskih izraza za zadane racionalne vrijednosti.</p>
<p>Sadržaj: Pojednostavnjivanje algebarskih izraza. Računanje s algebarskim izrazima.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Pri odabiru zadataka u skupu racionalnih brojeva veću pozornost posvetiti zadacima s decimalnim zapisom.</p>		
<p>MAT OŠ B.8.2.</p> <p>Primjenjuje razmjer.</p>	<p>Opisuje razmjer (proporciju) kao ekvivalentnost dvaju omjera.</p> <p>Razlikuje vanjske i unutarnje članove razmjera te računa bilo koji nepoznati član razmjera.</p> <p>Primjenjuje razmjer u rješavanju problema iz matematike, drugih područja i stvarnoga života.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Problemsku situaciju prikazuje jednostavnim razmjerom i rješava ga. Utvrđuje smislenost rješenja.</p>
<p>Sadržaj: Razmjer. Rješavanje razmjera.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Složeni razmjer uključuje dva složena omjera. Složeni je omjer umnožak <math>n</math> jednostavnih omjera. Primjer: <math>5x : (x + 3) = 2 : 1</math>.</p> <p>Moguća istraživanja u arhitekturi i umjetnosti, proporcije u prirodi, zlatni rez... Istražiti povijesne crtice o proporciji. Mogućnost integrirane nastave s kemijom, fizikom, geografijom. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ B.8.3.</p> <p>Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.</p>	<p>Analizira problemsku situaciju i zapisuje ju linearnom jednadžbom.</p> <p>Koristi se opsegom, površinom, oplošjem, volumenom, razmjerom, Pitagorinim poučkom, Talesovim poučkom za računanje nepoznatih elemenata likova, tijela, oblika, mjerivih obilježja.</p> <p>Raspravlja o rješenju s obzirom na postavljene uvjete.</p> <p>Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Složenu linearnu jednadžbu, primjenom ekvivalencije jednadžbi, svodi na oblik <math>ax + b = 0</math> i rješava je uz provjeru.</p>
<p>Sadržaj: Linearna jednadžba.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema.</p>		
<p>MAT OŠ B.8.4.</p> <p>Rješava i primjenjuje sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama.</p>	<p>Analizira rješenje sustava te ga uvrštavanjem dobivenih vrijednosti provjerava.</p> <p>Rješenje prikazuje uređenim parom brojeva.</p> <p>U zadanim problemima prepoznaje mogućnost rješavanja sustavom dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama.</p> <p>Ako je sustav složeniji, svodi ga na standardni oblik i rješava zadanom/proizvoljnom metodom.</p> <p>Raspravlja o egzistenciji dobivenoga rješenja (jedinственost, nepostojanje, beskonačno mnogo rješenja).</p>	<p>Rješava sustav zadanom metodom uz provjeravanje ispravnosti dobivenoga rješenja. Objašnjava postupak koji provodi.</p>
<p>Sadržaj: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Koeficijenti sustava su iz skupa R (uglavnom iz skupa Q). Jednostavan sustav podrazumijeva sustav standardnoga oblika s koeficijentima iz skupa Q.</p>		
<p>MAT OŠ B.8.5.</p> <p>Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.</p>	<p>Opisuje kvadratnu jednadžbu oblika <math>x_2 = k</math>, gdje je <math>k</math> nenegativan racionalni broj i razlikuje ju od linearne jednadžbe.</p> <p>Primjenjuje kvadratnu jednadžbu za rješavanje problemskih situacija i u svrhu prikazivanja veličina matematičkim formulama.</p>	<p>Rješava kvadratnu jednadžbu oblika <math>x_2 = k</math>, gdje je <math>k</math> nenegativan racionalni broj.</p> <p>Tumači postojanje dvaju rješenja.</p>
<p>Sadržaj: Kvadratna jednadžba <math>x_2 = k</math>.</p>		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Može se služiti džepnim računalom ako je za tumačenje rješenja potrebna aproksimacija.		
MAT OŠ C.8.1. Skicira prikaz uspravnoga geometrijskog tijela u ravnini.	<p>Prostoručno skicira uspravna geometrijska tijela u ravnini (kocka, kvadar, pravilna četverostrana prizma, pravilna četverostrana piramida, valjak i stožac).</p> <p>Matematičkim jezikom opisuje geometrijsko tijelo.</p> <p>Na crtežu skicira i matematičkim jezikom opisuje elemente geometrijskoga tijela (plošna i prostorna dijagonala, visina pobočke, visina tijela, polumjer i promjer baze, izvodnice).</p> <p>U ravnini skicira prikaze geometrijskih oblika.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Na modelu kvadra istražuje međusobne odnose pravaca u prostoru (usporednost, okomitost, mimoilaznost).</p> <p>Na modelu kvadra istražuje međusobne odnose ravnina u prostoru (usporednost, okomitost).</p> <p>Korelacija s Kemijom, Biologijom i Tehničkom kulturom.</p>	<p>Prostoručno skicira prikaz pravilne četverostrane prizme i valjka u ravnini.</p> <p>Na crtežu ističe i matematičkim jezikom opisuje elemente kocke, kvadra, četverostrane prizme i valjka.</p>
Sadržaj: Geometrijska tijela. Prošireni sadržaj: Međusobni odnosi pravaca u prostoru i ravnina u prostoru (na modelu kvadra).		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.		
MAT OŠ C.8.2. Analizira i izrađuje modele i mreže uspravnih geometrijskih tijela.	<p>Prema modelu uspravnoga geometrijskog tijela (kocka, kvadar, pravilna četverostrana prizma i pravilna četverostrana piramida, valjak i stožac) opisuje plohe koje ga omeđuju i na osnovi toga izrađuje mrežu tijela koja će mu biti potrebna za određivanje njegova oplošja.</p> <p>Izrađuje modele uspravnih geometrijskih tijela.</p> <p>Promatra tijela koja ga okružuju, imenuje ih, opisuje, analizira i crta njihove mreže.</p> <p>Korelacija s Tehničkom kulturom.</p>	<p>Povezuje mrežu geometrijskoga tijela s modelom.</p> <p>Opisuje matematičkim jezikom vrhove, bridove i strane geometrijskoga tijela.</p>
Sadržaj: Mreža geometrijskoga tijela.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Mogući projektni zadatak: izraditi modele kuće, zanimljive kutije/ambalaže, ukrase, Platonova, Arhimedova tijela. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.		
MAT OŠ C.8.3. Primjenjuje Talesov poučak.	<p>Otkriva i izriče Talesov poučak.</p> <p>Primjenom Talesova poučka dijeli dužinu na sukladne dijelove i točkom u zadanome omjeru.</p> <p>Primjenjuje Talesov poučak za crtanje trokuta i pravokutnika.</p> <p>Matematičkim jezikom opisuje sličnost trokuta i mnogokuta.</p> <p>Opisuje svojstva sličnih likova.</p> <p>Primjenjuje Talesov poučak za rješavanje problemske situacije.</p>	<p>Primjenjuje Talesov poučak za crtanje trokuta i pravokutnika. Opisuje svojstva sličnih likova.</p>
Sadržaj: Talesov poučak. Sličnost trokuta i mnogokuta. Primjena Talesova poučka.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Poticati urednost i preciznost konstrukcije i crteža. Poticati učenike da primijene Talesov poučak za konstruiranje (ili crtanje) uvećanih (ili umanjenih) slika (likova) u zadanome omjeru. Moguća istraživanja: pronalaziti sličnost na objektima u okružju, graditeljstvu, umjetnosti. Istražiti povijesne crtice. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.		
MAT OŠ C.8.4. Prikazuje međusobne odnose dviju kružnica u ravnini.	<p>Opisuje i konstruira koncentrične kružnice.</p> <p>Opisuje kružni vijenac, diralište i sjecište.</p> <p>Konstruira motive primjenom različitih odnosa kružnica u ravnini.</p> <p>Razlikuje međusobne odnose kružnica u ravnini.</p> <p>Konstruira dvije kružnice koje se dodiruju.</p> <p>Istražuje odnose polumjera kružnica i udaljenosti njihovih središta pa donosi zaključke.</p>	<p>Razlikuje međusobne odnose dviju kružnica u ravnini.</p> <p>Konstruira motive primjenom različitih odnosa kružnica u ravnini.</p>
Sadržaj: Međusobni položaji kružnica u ravnini.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Poticati urednost i preciznost konstrukcije. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.		

<p>MAT OŠ D.8.1. Primjenjuje Pitagorin poučak.</p>	<p>U problemskim/geometrijskim situacijama uočava pravokutni trokut. Izriče Pitagorin poučak. Objašnjava i primjenjuje Pitagorin poučak na pravokutni trokut, kvadrat, pravokutnik, jednakostranični i jednakokranični trokut, romb. Istražuje i otkriva obrat Pitagorina poučka i primjenjuje ga.</p>	<p>Izriče Pitagorin poučak i zapisuje matematičkim jezikom. Primjenjuje Pitagorin poučak za računanje nepoznatih elemenata kvadrata i pravokutnika.</p>
<p>Sadržaj: Pitagorin poučak. Pitagorin poučak na kvadratu, pravokutniku, jednostraničnome trokutu, jednakokraničnome trokutu i rombu. Primjena Pitagorina poučka.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema. Poželjno je istražiti bogatu povijest Pitagorina poučka te Pitagorina života. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama. Moguća istraživanja: spirala drugoga korijena, Pitagorino stablo, Pitagorine trojke. Upoznati učenike s različitim pristupima dokazivanja Pitagorina poučka.</p>		
<p>MAT OŠ D.8.2. Primjenjuje oplošje i volumen geometrijskih tijela.</p>	<p>Opisuje oplošje i volumen nacrtanoga geometrijskog tijela. Oplošje povezuje s mrežom geometrijskoga tijela. Uočava i opisuje elemente tijela i veze među njima (uključujući visinu i izvodnice). Objašnjava volumen kao mjeru prostora koje zauzima tijelo. Primjenjuje računanje oplošja i volumena geometrijskih tijela u problemskim situacijama. Istražuje i otkriva odnose volumena prizme i piramide. Prošireni sadržaj: Kugla.</p>	<p>Primjenjuje računanje oplošja i volumena pravilne četverostrane prizme i valjka u jednostavnoj problemskoj situaciji. Objašnjava volumen kao mjeru prostora koje zauzima tijelo.</p>
<p>Sadržaj: Geometrijska tijela. Pravilne, uspravne prizme i piramide, obla tijela. Oplošje i volumen pravilnih, uspravnih prizmi, piramida, valjka i stošca. Prošireni sadržaj: Kugla.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.8.3. Prikazuje pravce i analizira njihove međusobne položaje u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini.</p>	<p>Crta pravac zadan jednadžbom oblika <math>y = ax + b</math>, gdje su <math>a</math> i <math>b</math> racionalni brojevi, u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini. Čita i tumači koeficijente jednadžbe pravca. Određuje jednadžbu pravca određenoga dvjema točkama ili grafičkim prikazom. Određuje i očitava koordinate presjeka pravaca. Međusobne odnose pravaca u ravnini povezuje s njihovim jednadžbama (usporednost, podudarnost). Primjenjuje međusobne odnose pravaca za tumačenje broja rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Provjerava pripadnost točke pravcu. Povezuje koeficijente jednadžbe pravca s njegovim položajem u koordinatnome sustavu u ravnini. Računski i grafički određuje sjecište dvaju pravaca.</p>
<p>Sadržaj: Jednadžba pravca u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini. Međusobni položaji pravaca u pravokutnome koordinatnom sustavu u ravnini. Prošireni sadržaj: Grafičko tumačenje rješenja sustava dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima, edukativnim igrama.</p>		
<p>MAT OŠ D.8.4. Odabire i preračunava odgovarajuće mjerne jedinice.</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen (<math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>), površinu i mjeru kuta. Odabire odgovarajuću mjernu jedinicu pri rješavanju problema. Koristi se znanstvenim zapisom. Korelacija s Geografijom, Fizikom, Kemijom, Biologijom i Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi).</p>	<p>Preračunava mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen (<math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>), površinu i kut povezujući ih s primjerima iz okružja. Prikazuje mjeriva obilježja znanstvenim zapisom.</p>
<p>Sadržaj: Mjerne jedinice za duljinu, masu, vrijeme, volumen (<math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>), površinu i mjeru kuta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Duljina: km, m, dm, cm, mm. Masa: t, kg, dag, g, mg. Volumen tekućine: hl, l, dl, ml. Vrijeme: s, min, h, dan, tjedan, mjesec, godina. Površina: <math>\text{mm}^2</math>, <math>\text{cm}^2</math>, <math>\text{dm}^2</math>, <math>\text{m}^2</math>, <math>\text{km}^2</math>. Volumen: <math>\text{cm}^3</math>, <math>\text{dm}^3</math>, <math>\text{m}^3</math>. Brzina: m/s, km/h. Mjera kuta: kutni stupanj, kutna minuta. Povezivati predmetke mjernih jedinica sa zapisom potencije baze 10 i cjelobrojnim eksponentom: deci – <math>10^{-1}</math>, centi – <math>10^{-2}</math>, mili – <math>10^{-3}</math>, mikro – <math>10^{-6}</math>, nano – <math>10^{-9}</math>, piko – <math>10^{-12}</math>, deka – <math>10^1</math>, hekto – <math>10^2</math>, kilo – <math>10^3</math>, mega – <math>10^6</math>, giga – <math>10^9</math>, tera – <math>10^{12}</math>.</p>		
<p>MAT OŠ E.8.1. Računa vjerojatnost događaja i na osnovi nje donosi odluke.</p>	<p>Opisuje vjerojatnost slučajnoga događaja. Razlikuje skup povoljnih događaja od skupa elementarnih događaja. Procjenjuje i računa vjerojatnost zadanoga događaja. Računajući vjerojatnost, donosi odluke.</p>	<p>Razlikuje skup povoljnih događaja od skupa elementarnih događaja.</p>
<p>Sadržaj: Vjerojatnost slučajnoga događaja.</p>		



Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema.		
MAT OŠ E.8.2. Interpretira podatke povezane s novcem te na osnovi toga donosi odluke.	Koristi se tečajnom listom. Interpretira tečajnu listu (kupovni, srednji, prodajni tečaj). Preračunava valute. Opisuje pojam kamate na štednju i kamate na kredit na primjeru iz stvarnoga života. Uspoređuje i tumači kamate na stambeni i gotovinski kredit. Interpretira otplatnu tablicu kredita preuzetu s mrežnih stranica banke za zadane rokove. Na temelju podataka s mrežnih stranica banke računa omjer (postotak) novčanoga iznosa koji je vratio otplatom kredita i kreditnoga zaduženja. Prošireni sadržaj: Donosi odluke na temelju analiziranih podataka. Korelacija s Hrvatskim jezikom (stručni tekstovi), međupredmetnim temama Poduzetništvo, Osobni i socijalni razvoj i Zdravlje.	Opisuje pojam kamate na štednju i kamate na kredit na primjeru iz stvarnoga života. Uspoređuje i tumači kamate na stambeni i gotovinski kredit.
Sadržaj: Novac. Kamate na štednju. Krediti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovim se ishodom ne provjerava tehnika računanja, nego učenikovo logičko razmišljanje i sposobnost analize problema.		
MAT OŠ C.8. Primjenjuje kompoziciju preslikavanja u ravnini. IZBORNI ISHOD	Odabire dva preslikavanja u ravnini i konstruira njihovu kompoziciju. Obrazlaže postupak i svojstva kompozicije preslikavanja u ravnini. Kreira motiv zadanom kompozicijom više od dva preslikavanja. Određuje os simetrije, centar simetrije, vektor translacije, središte i kut rotacije u nacrtanoj kompoziciji. Analizira kompoziciju preslikavanja.	Kreira motiv zadanom kompozicijom preslikavanja.
Sadržaj: Preslikavanja u ravnini – osna i centralna simetrija, translacija i rotacija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovim se izbornim ishodom želi dati mogućnost učiteljima i učenicima da realiziraju jednu važnu matematičku, geometrijsku temu – izometrije u ravnini.		

### Gimnazija Matematika 1. razred – 105 sati godišnje

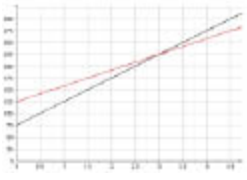


Slika 10. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u devetoj godini učenja, 105 sati godišnje

#### Matematika na kraju 1. razreda gimnazije učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »doobar« na kraju razreda

<p>MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ E.1.1. Računa s realnim brojevima.</p>	<p>Računa vrijednosti brojevnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija. Procjenjuje, zaokružuje i računa u problemskim situacijama različitih razina složenosti. Računa aritmetičku sredinu statističkih podataka prikazanih na različite načine.</p>	<p>Računa vrijednost izraza s više računskih operacija i rješava jednostavne probleme uz procjenu rješenja.</p>
<p>Sadržaj: Skup realnih brojeva. Računske operacije u skupu realnih brojeva. Aritmetička sredina.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Trgovina je naručila 700 kutija keksa. Dvadeset posto narudžbe je čajno pecivo, a tri sedmine narudžbe su keksi s čokoladom. Ostalo su napolitanke. Koliko je kutija pojedine vrste naručila trgovina?</p>		
<p>MAT SŠ A.1.2. MAT SŠ B.1.1. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.</p>	<p>Računa vrijednosti brojevnih izraza s potencijama poštujući redoslijed računskih operacija. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija te ih primjenjuje za pojednostavnjivanje izraza i povezuje ih s problemima iz drugih područja i života. Zaokružuje broj na značajne znamenke. Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Računa vrijednost jednostavnih brojevnih izraza s potencijama.</p>
<p>Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za bazu potencija u primjerima i zadacima koristiti se racionalnim brojevima. Primjer zadatka: Zemlji najbliža zvijezda Proxima Centauri udaljena je od Sunca 4.3 svjetlosne godine. Koliko iznosi ta udaljenost u kilometrima? Rezultat zapišite u znanstvenome obliku i zaokružite na tri decimale. Napomena: Svjetlosna godina udaljenost je koju svjetlost prijeđe u godini dana. Brzina svjetlosti je približno <math>3 \cdot 10^8</math> metara u sekundi, a godina ima 365 dana.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.</p>	<p>Za zadani izraz računa konkretne vrijednosti, pojednostavnjuje izraz, primjenjuje formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata, faktorizira izraze. Krati, množi, dijeli i zbraja jednostavne algebarske razlomke.</p>	<p>Zbraja, množi i rastavlja na faktore jednostavne algebarske izraze i kvadrira binome. Množi i dijeli jednostavne algebarske razlomke.</p>
<p>Sadržaj: Algebarski izrazi i algebarski razlomci. Formule za kvadrat binoma i razliku kvadrata. Rastav na faktore.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Pri računanju s algebarskim razlomcima ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju i primjeni pravila. Primjer jednostavnih algebarskih razlomaka: <math display="block">\frac{2x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4} = \frac{2(x^2 - 2x + 1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2(x-1)^2}{(x-2)(x+2)}</math></p>		
<p>MAT SŠ B.1.3. Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednadžbe i sustave.</p>	<p>Primjenjuje postotni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Primjenjuje proporcionalnost u primjerima iz života. Rješava tekstualne zadatke iz matematike, drugih područja i života. Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi. Izražava jednu veličinu pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti. Prošireni sadržaj: Diskutira postojanje rješenja jednadžbe ovisno o parametru. Rješava jednostavne linearne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>	<p>Zapisuje zadani problem u obliku linearne jednadžbe ili sustava linearnih jednadžbi i rješava jednadžbu ili sustav jednadžbi.</p>
<p>Sadržaj: Linearne jednadžbe. Proporcionalne veličine. Postotci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Prošireni sadržaj: Jednadžbe s parametrom. Linearne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednostavni problemi: povećanje/sniženje za određeni postotak, izračun postotka, primjena proporcionalnosti u jednome koraku, račun diobe, problemi koji se izravno svode na linearnu jednadžbu.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.4. Primjenjuje linearne nejednadžbe.</p>	<p>Rješava linearne nejednadžbe i sustave linearnih nejednadžbi te rješenje zapisuje s pomoću intervala. Primjenjuje linearne nejednadžbe u problemskim situacijama. Prošireni sadržaj: Rješava jednostavne linearne nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>	<p>Rješava linearne nejednadžbe zapisujući rješenje na različite načine.</p>
<p>Sadržaj: Linearne nejednadžbe i sustavi linearnih nejednadžbi s jednom nepoznicom. Prošireni sadržaj: Nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>		

<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Primjer: Antropolozi i forenzičari klasificiraju lubanju koristeći se izrazom: <math>\frac{d+80}{d} - \frac{d-40}{d}</math> u kojemu je <math>d</math> duljina lubanje, a <math>s</math> širina.</p> <p>a) Izrazite klasifikaciju kao jedan racionalni izraz.</p> <p>b) Ako je vrijednost racionalnoga izraza (a) manja od 75, po klasifikaciji lubanja je dugačka. Srednja lubanja je između 75 i 80. Koristeći se racionalnim izrazom iz a), klasificirajte lubanju širine 5 inča i duljine 6 inča.</p> <p>c) Ovisi li vrijednost izraza o mjernim jedinicama u kojima je izražena duljina i širina lubanje? Zašto?</p> <p>d) Kolika je širina lubanje duge 16 cm ako je klasificirana kao srednja?</p>		
<p>MAT SŠ B.1.5.</p> <p>MAT SŠ D.1.1.</p> <p>Povezuje različite prikaze linearne funkcije.</p>	<p>Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički.</p> <p>Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, definira i određuje nultočku.</p> <p>Iz grafa čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju.</p> <p>Iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti.</p>	<p>Za zadanu linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.</p>
<p>Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.</p> <p>Prošireni sadržaj: Graf funkcije apsolutne vrijednosti.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava funkcija, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.6.</p> <p>Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.</p>	<p>U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, zapisuje ju kao funkciju te primjenjuje za analizu problema.</p> <p>Analizira problem iz grafičkoga prikaza.</p>	<p>Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.</p>
<p>Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Primjer zadatka otvorenoga tipa:</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Osmislite zadatak koji je prikazan zadanim grafom. Napišite pitanja koja možete postaviti na osnovi podataka vidljivih s grafa, a povezano sa zadatkom. Odgovorite na ta pitanja.</p> </div> </div>		
<p>MAT SŠ B.1.7.</p> <p>Prikazuje operacije sa skupovima i rješenja nejednadžbi s pomoću intervala.</p>	<p>Nejednakosti zapisuje s pomoću intervala i obratno te prikazuje na brojevnome pravcu.</p> <p>Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.</p>	<p>Prikazuje intervale na brojevnome pravcu i zapisuje simbolima i s pomoću nejednakosti. Određuje i prikazuje presjek i uniju skupova.</p>
<p>Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima. Brojevni pravac. Intervali.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Primjer: Zadani su skupovi brojeva: A je skup realnih brojeva manjih ili jednakih 3, a B je skup realnih brojeva većih od 3 i manjih od 15.</p> <p>Zapišite skupove s pomoću intervala i prikažite ih na brojevnome pravcu.</p> <p>Za svaku tvrdnju odredite je li točna ili netočna i obrazložite:</p> <p><math>3 \in A</math>; <math>3 \in B</math>; <math>A \cup B = (-\infty; 15)</math>; <math>A \cap B = \{3\}</math>; <math>A \setminus B = A</math>.</p>		
<p>MAT SŠ C.1.1.</p> <p>Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta.</p>	<p>Definira i konstruira simetralu dužine, simetralu kuta, visinu i težišnicu te karakteristične točke trokuta. Uočava da težište dijeli težišnicu u omjeru 2 : 1.</p> <p>Analizira položaj karakterističnih točaka ovisno o vrsti trokuta.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Otkriva formule za površinu trokuta s polumjerom upisane i opisane kružnice.</p>	<p>Opisuje i konstruira simetralu dužine, težišnicu i težište trokuta te definira i konstruira središte trokutu opisane kružnice.</p>
<p>Sadržaj: Karakteristične točke trokuta.</p> <p>Prošireni sadržaj: Formule za površinu trokuta s polumjerom upisane i opisane kružnice.</p>		

<p>MAT SŠ C.1.2. MAT SŠ D.1.2. Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.</p>	<p>Izriče i ilustrira poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov poučak o proporcionalnosti dužina, primjenjuje ih u modeliranju problema. Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta. Rješavajući primjere zadataka upoznaje povijest matematike. Prošireni sadržaj: Rješava probleme rabeći Euklidov poučak o pravokutnome trokutu. Crtice iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.</p>	<p>Rješava jednostavne probleme rabeći Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.</p>
<p>Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Prošireni sadržaj: Euklidov poučak.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Objasnite kako je Tales s pomoću sjene izmjerio visinu piramide. Izračunajte na taj način visinu neke građevine ili stabla u svojoj okolini.</p>		
<p>MAT SŠ D.1.3. Primjenjuje trigonometrijske omjere.</p>	<p>Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji (trokut, kvadrat, pravokutnik, romb). Prošireni sadržaj: Primjenjuje trigonometrijske omjere za rješavanje problema u planimetriji (paralelogram, trapez, deltoid).</p>	<p>Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutnome trokutu.</p>
<p>Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji. Prošireni sadržaj: Primjena trigonometrijskih omjera na paralelogram, trapez i deltoid.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednostavni problemi: problemi koji se izravno svode na pravokutni trokut, problemi s likovima koji se rješavaju izravno, uočavanjem pravokutnoga trokuta. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za istraživanje svojstava, prikaz zadataka i provjeru ispravnosti rješenja. Primijeniti znanja u autentičnim situacijama i na terenskoj nastavi.</p>		
<p>MAT SŠ E.1.2. Barata podatcima prikazanim na različite načine.</p>	<p>Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo – list, linijskim dijagramom itd. Određuje srednje vrijednosti (mod, medijan, donji i gornji kvartil) te standardnu devijaciju. Crta brkату kutiju. Korelacija s Geografijom, Informatikom, Kemijom i Biologijom.</p>	<p>Prikuplja, organizira i prikazuje podatke grafički te iščitava podatke iz zadanoga grafičkog prikaza.</p>
<p>Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakšu usporedbu više skupova istovrsnih podataka. Primjer: Mjerenjem mase petnaest bjeloglavih supova dobiveni su sljedeći podatci o masama jedinki: 7.5, 7.8, 9.1, 9.3, 9.1, 8.2, 7.5, 7.5, 7.3, 8.2, 8.3, 8.8, 9.8, 7.3, 9.7. Određite statističke parametre (aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil, standardnu devijaciju). Objasnite značenje standardne devijacije na primjeru toga uzorka bjeloglavih supova. Prikažite statističke parametre toga uzorka dijagramom brkate kutije.</p>		
<p>MAT SŠ C.1. MAT SŠ D.1. Računa s vektorima. IZBORNI ISHOD</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini te u koordinatnome sustavu određuje duljinu vektora. Prikazuje vektor kao linearnu kombinaciju vektora. Prošireni sadržaj: Računa mjeru kuta između vektora.</p>	<p>Opisuje vektor i odnose između dvaju vektora, crta vektore, određuje koordinate vektora zadanoga točkama u koordinatnome sustavu i računa duljinu vektora.</p>
<p>Sadržaj: Vektori. Operacije s vektorima. Vektori u koordinatnome sustavu. Linearna kombinacija vektora. Prošireni sadržaj: Kut između vektora.</p>		



Slika 11. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 105 sati godišnje

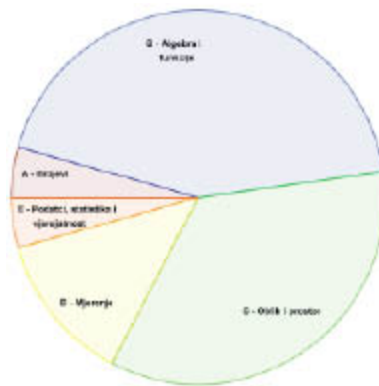
**Matematika na kraju 2. razreda gimnazije učenik:**

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost**

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.2.1. Računa s drugim i trećim korijenom.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena koristeći se džepnim računalom. Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redoslijed računskih operacija. Djelomično korjenjuje izraz. Prošireni sadržaj: Racionalizira nazivnik razlomka. Dokazuje da je $\sqrt{2}$ iracionalni broj.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena nenegativnoga broja, a drugi korijen negativnoga broja prikazuje s pomoću imaginarne jedinice.
Sadržaj: Drugi i treći korijen. Imaginarna jedinica. Prošireni sadržaj: Racionalizacija nazivnika.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Računati približnu vrijednost nenegativnoga korijena služeći se džepnim računalom.		
<p style="text-align: center;">Uvedi se imaginarna jedinica: <math>i^2 = -1</math> i primjenjuje kao u primjeru: <math>\sqrt{-16} = \sqrt{16} \cdot i = 4i</math>.</p> <p style="text-align: center;">Primjer izraza s drugim korijenom: <math>\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - \sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) - (3 - 2\sqrt{2})^2</math>.</p> <p style="text-align: center;">Primjer izraza s trećim korijenom: <math>\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{3} + 4\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{3}(2 - \sqrt[3]{3}) - (3 - 2\sqrt[3]{2})^2</math>.</p> <p style="text-align: center;">Prošireni sadržaj: Racionalizirati nazivnik razlomka oblika <math>\frac{a+b\sqrt{c}}{d}</math>, a, b, c e N.</p>		
MAT SŠ B.2.1. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.	Odabire metodu i rješava kvadratne jednadžbe s racionalnim koeficijentima. Primjenjuje diskriminantu pri određivanju prirode rješenja kvadratne jednadžbe. Faktorizira trinom. Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu. Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja. Prošireni sadržaj: Primjenjuje Viëteove formule. Korelacija s Fizikom i Informatikom.	Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava rješenja te argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.
Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Prošireni sadržaj: Viëteove formule.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu: bikvadratne jednadžbe, sustavi koji se svode na kvadratnu jednadžbu i iracionalne jednadžbe oblika $\sqrt{ax+b} = cx+d$ . Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe. Primjer: Ne rješavajući jednadžbu $3x^2 + 4x - 1 = 0$ odredite prirodu rješenja te jednadžbe.		
MAT SŠ B.2.2. Analizira funkciju.	Računa funkcijsku vrijednost zadane funkcije uvrštavanjem broja. Računski određuje domenu jednostavnih racionalnih i iracionalnih funkcija. Određuje sliku funkcije za linearnu i kvadratnu funkciju. Prepoznaje bijekciju između skupova prikazanih Vennovim dijagramima.	Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te objašnjava pojam funkcije.
Sadržaj: Pojam funkcije. Domena, kodomena i slika funkcije. Bijekcija.		

<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Bijekciju definirati i prepoznati na primjerima skupova prikazanih Vennovim dijagramima.          Sliku funkcije odrediti računski samo za linearne i kvadratne funkcije.</p>  <p>Jednostavne racionalne funkcije oblika su <math>f(x) = \frac{a}{bx+c}</math>          Jednostavne iracionalne funkcije oblika su <math>f(x) = \sqrt{ax+b}</math>.          Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.</p>		
<p>MAT SŠ B.2.3.          MAT SŠ C.2.1.          Analizira grafički prikaz funkcije.</p>	<p>Grafički prikazuje funkcije:  <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> i <math>f(x) = \sqrt{x}</math>.          Na grafu funkcije određuje domenu, kodomenu, sliku funkcije i objašnjava bijekciju.          Skicira graf inverzne funkcije.</p>	<p>Funkcije prikazuje grafički te na grafičkom prikazu određuje domenu, kodomenu i sliku funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Grafički prikazati funkcije i <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> i <math>f(x) = \sqrt{x}</math> određujući funkcijsku vrijednost za neke vrijednosti varijable <math>x</math>.          Graf inverzne funkcije skicirati preslikavajući funkciju preko pravca <math>y = x</math>.          Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.</p>		
<p>MAT SŠ B.2.4.          MAT SŠ C.2.2.          Primjenjuje kvadratnu funkciju.</p>	<p>Određuje nultočke, sjecište s ordinatom, tjeme parabole, os simetrije, tijek funkcije.          Grafički prikazuje kvadratnu funkciju.          Očitava točke s grafa funkcije.          Rješava jednostavne kvadratne nejednadžbe.          Pri grafičkome prikazivanju kvadratne funkcije objašnjava oblik funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu.          Prošireni sadržaj:          Određuje funkciju iz grafa.</p>	<p>Grafički prikazuje kvadratnu funkciju.</p>
<p>Sadržaj: Kvadratna funkcija. Grafički prikaz kvadratne funkcije. Tjeme i nultočke. Kvadratna nejednadžba.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.          Za koeficijente kvadratne funkcije u primjerima i zadacima koristiti racionalne brojeve.          Učenik će grafički prikazati funkciju oblika <math>f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0</math> translacijom i funkciju oblika <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> metodom pet točaka (nultočke, tjeme parabole, sjecište s ordinatom, preslikavanje sjecišta s ordinatom preko osi simetrije).          Problemska situacija uključuje probleme s ekstremima te određivanje sjecišta kvadratne i linearne funkcije.          Primjer: Praćenjem prodaje nekoga proizvoda ustanovljeno je da se prodaja može opisati kvadratnom funkcijom <math>f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 12x - 180</math>, gdje je <math>x</math> cijena proizvoda, a <math>f(x)</math> broj prodanih komada proizvoda po cijeni <math>x</math>.          Koliko će se proizvoda prodati ako je cijena 30 kuna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?          Za koju je cijenu prodaja toga proizvoda isplativa?          Kolika mora biti cijena ako trgovac želi prodati više od 45 komada toga proizvoda?          Za koju će cijenu prodaja toga proizvoda biti maksimalna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?          Isplati li se taj proizvod prodavati po cijeni od 15 kuna?          Jednostavne kvadratne nejednadžbe oblika <math>ax^2 + bx + c &gt; 0</math>, <math>ax^2 + bx + c \geq 0</math>, <math>ax^2 + bx + c &lt; 0</math>, <math>ax^2 + bx + c \leq 0</math>.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.3.          MAT SŠ D.2.1.          Primjenjuje znanja o kružnici i krugu.</p>	<p>Primjenjuje poučak o obodnome i središnjemu središnjem kutu pri dokazu Talesova poučka.          Konstruira tangentu na kružnicu.          S pomoću proporcionalnosti izvodi formule za duljinu kružnoga luka i površinu kružnoga isječka.          Povezuje duljinu kružnoga luka s radijanskom mjerom kuta.          Prošireni sadržaj:          Računa površinu kružnoga odsječka.</p>	<p>Prepoznaje elemente kružnice i kruga, prikazuje ih u ravnini i konstruira tangentu na kružnicu.</p>
<p>Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk i kružni isječak. Poučak o obodnome i središnjemu kutu.          Prošireni sadržaj: Površina kružnoga odsječka.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Otkrivati i obrazlagati formule.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.4.          MAT SŠ D.2.2.          Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.</p>	<p>Povezuje trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu s koordinatama točke na kružnici.          Računa površinu trokuta.          Primjenjuje poučke u problemskim zadacima.          Prošireni sadržaj:          Primjenjuje poučke u stereometriji.</p>	<p>Primjenjuje odgovarajući poučak za računanje elemenata trokuta i argumentira svoj izbor.</p>

<p>Sadržaj: Poučak o sinusima. Poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji.          Prošireni sadržaj: Primjena u stereometriji.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od <math>90^\circ</math> do <math>180^\circ</math> uvode se na sljedeći način:</p>		
<p>Izostaviti zadatke u kojima se primjenjuju adicijske formule. Izostaviti zadatke određivanja elemenata trokuta na temelju zadanih dviju stranica i kuta nasuprot manjoj od njih dviju.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.5.          MAT SŠ D.2.3.          Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru i računa udaljenost.</p>	<p>Razlikuje točku, pravac, ravninu te analizira i objašnjava međusobne položaje.          Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.          Računa udaljenosti točaka do pravaca i ravnina te udaljenost pravaca i ravnina u paralelnome položaju.</p>	<p>Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina te određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.</p>
<p>Sadržaj: Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Koristiti se modelima, mrežama ili skicama geometrijskih tijela. Pri određivanju udaljenosti primijeniti ranije stečena znanja (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...).</p>		
<p>MAT SŠ C.2.6.          MAT SŠ D.2.4.          Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje uspravnu prizmu (četverostrana, pravilna šesterostrana), piramidu (četverostrana, pravilna šesterostrana), valjak, stožac i kuglu.          Računa elemente (duljine bridova, volumen, oplošje, polumjer baze...) prizme, valjka, piramide, stošca, kugle te rotacijskih tijela.          Prošireni sadržaj:          Prepoznaje i opisuje Platonova tijela.</p>	<p>Opisuje prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu te računa volumen i oplošje prizme i valjka.</p>
<p>Sadržaj: Geometrijska tijela. Oplošje i volumen geometrijskih tijela.          Prošireni sadržaj: Platonova tijela.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Ovaj ishod treba obraditi nakon poučka o sinusima.          Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stošca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i visine.</p>		
<p>MAT SŠ E.2.1.          Primjenjuje vjerojatnost.</p>	<p>Opisuje siguran i nemoguć događaj.          Rabi algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerojatnosti.          Određuje geometrijsku vjerojatnost.</p>	<p>Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.</p>
<p>Sadržaj: Vjerojatnost. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.</p>		
<p>MAT SŠ A.2.          Računa i interpretira računске operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.          IZBORNI ISHOD</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini.          Zbraja, oduzima, množi i dijeli kompleksne brojeve.          Određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja.          Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini.          Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve te uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Modul kompleksnoga broja. Gaussova ravnina.</p>		



Slika 12. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u jedanaestoj godini učenja, 105 sati godišnje

**Matematika na kraju 3. razreda gimnazije učenik:**

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost**

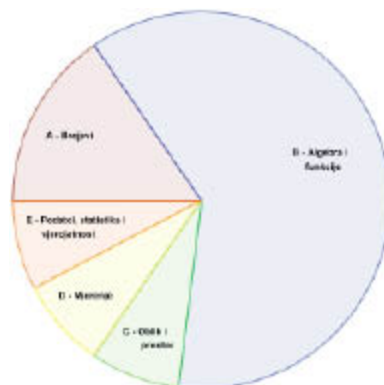
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Primjenjuje pravila za računanje s potencijama racionalnoga eksponenta.	Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost potencija racionalnoga eksponenta.
Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnog eksponenta.		
MAT SŠ B.3.2. MAT SŠ C.3.1. Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Određuje domenu, kodomenu, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija $f(x) = a^x$ , $f(x) = b \cdot a^x$ , $f(x) = \log_a x$ . Prošireni sadržaj: Primjenjuje prirodni logaritam. Crtice iz povijesti – Euler, Napier.	Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju.
Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Prirodni logaritam.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Učenik otkriva osnovna svojstva funkcija iz njihovih grafova. Uočava »inverznu« vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije rabeći pravac $y = x$ .		
MAT SŠ B.3.3. MAT SŠ C.3.2. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice. Korelacija s Kemijom i Biologijom.	U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.		
MAT SŠ B.3.4. Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom.	Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti jednostavnih logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik. Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe. Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.	Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe izravnom primjenom definicije.
Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.		
MAT SŠ B.3.5. MAT SŠ C.3.3. Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.	Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristi se džepnim računalom. Prošireni sadržaj: Primjenjuje trigonometrijske identitete. Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija.	Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.
Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija. Prošireni sadržaj: Trigonometrijski identiteti.		



<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija (<math>\sin x</math> i <math>\cos x</math>), odnosno koordinata točaka na osi tangensa s <math>\tan x</math>, osi kotangensa s <math>\cot x</math>. Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se koriste pri računanju (stupnjevi, radijani).</p>		
<p>MAT SŠ B.3.6. MAT SŠ C.3.4. Analizira graf trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije:</p> $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x,$ $f(x) = \tan x, f(x) = \cot x,$ $f(x) = \sin(bx + c) + d,$ $f(x) = \cos(bx + c) + d.$ <p>Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Određuje svojstva trigonometrijskih funkcija:</p> $f(x) = \sin(bx),$ $f(x) = \cos(bx).$
<p>Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad u kojemu će crtati grafove trigonometrijskih funkcija (od početka se koristeći brojevnom kružnicom, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene.</p> <p>No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.7. MAT SŠ C.3.5. Primjenjuje trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.</p>	<p>U problemu opisanome trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Primjer problema opisanoga trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom:</p> $D(t) = \frac{K}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 79)\right) + 12,$ <p>pri čemu je <math>t</math> dan u godini (<math>t = 0</math> je 1. siječnja), konstanta <math>K</math> određena je geografskom širinom mjesta.</p> <p>a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku (<math>K = 6</math>)? b) Koji dan u veljači traje 11 sati? c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji?</p>		
<p>MAT SŠ B.3.8. Primjenjuje trigonometrijske jednadžbe.</p>	<p>Osnovne trigonometrijske jednadžbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.</p>	<p>Rješava trigonometrijske jednadžbe:</p> $A \sin(bx + c) + d = 0$ $A \cos(bx + c) + d = 0$
<p>Sadržaj: Trigonometrijske jednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Primjer:</p> <p>U nekome mjestu na moru određenoga dana plima je u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora, u odnosu na uobičajenu, za vrijeme plime je 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite:</p> <p>a) Koja će razina mora biti u 10 sati? b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0?</p>		
<p>MAT SŠ C.3.6. MAT SŠ D.3.1. Računa s vektorima.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i koristi elemente vektora. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu, određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora. Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima. Prošireni sadržaj: Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički).</p>	<p>Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanima na razne načine.</p>
<p>Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Prošireni sadržaj: Linearna kombinacija vektora.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.9. MAT SŠ C.3.7. MAT SŠ D.3.2. Primjenjuje jednadžbu pravca.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednadžbe i izvodi jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara. Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje ga s koeficijentom smjera. Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima. Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca. Prošireni sadržaj: Primjenjuje pravac regresije. Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednadžbe te interpretira koeficijente u jednadžbi pravca.</p>

Sadržaj: Jednadžba pravca. Kut između pravca. Udaljenost točke od pravca. Prošireni sadržaj: Pravac regresije.		
MAT SŠ B.3.10. MAT SŠ C.3.8. MAT SŠ D.3.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.	Prepoznaje jednadžbu kružnice i iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza pronalazi jednadžbu kružnice. Određuje grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice. Iz općega oblika jednadžbe kružnice određuje središte i polumjer kružnice. Prošireni sadržaj: Ispituje međusobni položaj pravca i kružnice. Određuje tangentu na kružnicu.	Iz jednadžbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno, iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu kružnice.
Sadržaj: Jednadžba kružnice. Prošireni sadržaji: Međusobni položaj pravca i kružnice. Tangenta na kružnicu.		
MAT SŠ E.3.1. Bira strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku. Prošireni sadržaj: Primjenjuje binomnu formulu.	Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.
Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije. Prošireni sadržaj: Binomna formula.		
MAT SŠ B.3. MAT SŠ C.3. Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole. IZBORNI ISHOD	Prepoznaje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednadžbu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstruira elipsu, hiperbolu i parabolu. Crtice iz povijesti – čunjosječnice.	Opisuje i skicira elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.
Sadržaj: Jednadžba elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstrukcija elipse, hiperbole i parabole.		

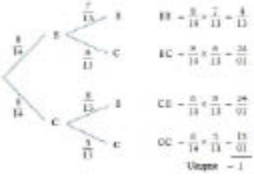
### Gimnazija Matematika 4. razred – 96 sati godišnje



Slika 13. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 96 sati godišnje

Matematika na kraju 4. razreda gimnazije učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda

<p>MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.</p>	<p>Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija zbrajanja i množenja. Prošireni sadržaj: Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj.</p>	<p>Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.</p>
<p>Sadržaj: Realni brojevi</p>		
<p>MAT SŠ A.4.2. Računa s kompleksnim brojevima.</p>	<p>Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi i potencira kompleksne brojeve u odgovarajućemu obliku, po potrebi koristeći se De Moivreovom formulom. Prošireni sadržaj: Korjenjuje kompleksne brojeve.</p>	<p>Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula. Prošireni sadržaj: Korijen kompleksnoga broja.</p>		
<p>MAT SŠ A.4.3. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računске operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednostavnih jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Prošireni sadržaj: Rješenja jednadžbe, primjerice <math>z^5 = 2</math> prikazuje u Gaussovoj ravnini.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini i uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednostavne jednadžbe i nejednadžbe: <math>Re(z) = 2</math>, <math>Im(z) &lt; 3</math>, <math> z  = 2</math>, <math> z  \geq 3</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.1. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz.</p>	<p>Opisuje aritmetički i geometrijski niz, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih <math>n</math> članova niza. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza, osobito složeni kamatni račun.</p>	<p>Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekurzivno ili općim članom.</p>
<p>Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih <math>n</math> članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka složenoga kamatnog računa: Jedna je obitelj odlučila štedjeti u banci koja nudi 3.5 % godišnju kamatu. Dogovorili su se da će na početku svake godine na račun stavljati 4000 kn i da uštedevinu neće podizati. Koliko će iznositi njihova uštedevina nakon 10 godina? Koliko bi vremena trebali štedjeti ako žele uštedjeti 100 000 kn?</p>		
<p>MAT SŠ B.4.2. Računa limes niza.</p>	<p>Opisuje pojam limesa, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Prošireni sadržaj: Primjenjuje neprekidno ukamaćivanje.</p>	<p>Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te pojam limesa niza.</p>
<p>Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza. Prošireni sadržaj: Neprekidno ukamaćivanje.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ispisivanjem članova niza i smještanjem na brojevnj pravac (po mogućnosti koristeći se programom dinamične geometrije) uočavati postojanje limesa niza tako što su nakon nekoga člana svi članovi unutar intervala, a konačno mnogo ih je izvan. Jednostavni niz: <math>\frac{1}{n^2}, \frac{1}{2n^2}, \frac{1}{3n^2}, \frac{1}{4n^2}, \dots</math></p>		
<p>MAT SŠ B.4.3. Analizira svojstva funkcija.</p>	<p>Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, parnost /neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost funkcije). Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije.</p>	<p>Određuje neka svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.</p>
<p>Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Graf funkcije.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.4. Tumači značenje limesa funkcije u točki.</p>	<p>Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije.</p>	<p>Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.</p>
<p>Sadržaj: Limes funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Određuje limese funkcija, primjerice <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-1}, \lim_{x \rightarrow 1} x^2</math>.</p>		

<p>MAT SŠ B.4.5.</p> <p>Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.</p>	<p>Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa.</p> <p>Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu).</p> <p>Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki.</p> <p>Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.</p>
<p>Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.6.</p> <p>Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim situacijama.</p>	<p>Izvodi derivaciju po definiciji za jednostavne funkcije (linearnu, kvadratnu), navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i kvocijenta, određuje tangentu na graf jednostavne funkcije.</p> <p>Rješava problemske zadatke rabeći derivaciju.</p>	<p>Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.</p>
<p>Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Tangenta na graf funkcije. Primjena derivacija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Primjer zadatka:</p> <p>Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon <math>t</math> minuta iznosi <math>V = 200(50 - t)^2 m^3</math>.</p> <p>Odredite:</p> <p>a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta;</p> <p>b) trenutnu brzinu istjecanja vode u <math>t = 5</math> minuta.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.7.</p> <p>Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.</p>	<p>U zadacima s polinomima i racionalnim funkcijama (polinomi najviše 2. stupnja u brojniku i nazivniku), određuje domenu, nultočke (po mogućnosti), stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije (polinoma), ispituje postojanje ekstrema.</p> <p>Određuje tijek funkcije i crta graf.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Određuje asimptote.</p>	<p>Skicira graf funkcije temeljem svojstava određenih s pomoću derivacije funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstrema). Tijek funkcije. Primjena derivacije.</p>		
<p>Prošireni sadržaj: Asimptote.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije programom dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.</p>		
<p>MAT SŠ E.4.1.</p> <p>Argumentirano računa vjerojatnost.</p>	<p>Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te Vennovim dijagramom.</p> <p>Crta vjerojatnosno stablo.</p> <p>Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni).</p> <p>Razlikuje zavisne i nezavisne događaje, računa uvjetnu vjerojatnost.</p> <p>Korelacija s Logikom i Kemijom.</p>	<p>Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla.</p> <p>Računa vjerojatnost simultanih događaja.</p>
<p>Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji. Uvjetna vjerojatnost.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Povezati De Morganove zakone sa sadržajima predmeta Logika. Računati uvjetne vjerojatnosti i vjerojatnost umnoška događaja.</p>		
<p>Koristiti se vjerojatnosnim stablom.</p> <p>Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu.</p>		

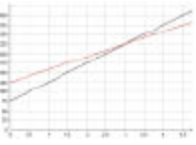


Slika 14. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u devetoj godini učenja, 140 sati godišnje

**Matematika na kraju 1. razreda gimnazije učenik:**

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podaci, statistika i vjerojatnost**

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ B.1.1. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.	Računa vrijednosti brojevnih izraza s potencijama poštujući redosljed računskih operacija. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija, primjenjuje ih za pojednostavnjivanje izraza te povezuje s problemima iz drugih područja i života. Zaokružuje na značajne znamenke. Korelacija s Kemijom.	Računa vrijednosti jednostavnih brojevnih izraza s potencijama te primjenjuje potencije za prikaz broja u znanstvenome zapisu.
Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Za bazu potencija u primjerima i zadacima rabiti racionalne brojeve. Primjer zadatka: Zemlji najbliža zvijezda Proxima Centauri udaljena je od Sunca 4.3 svjetlosne godine. Koliko ta udaljenost iznosi u kilometrima? Rezultat zapišite u znanstvenome obliku i zaokružite na tri decimale. Napomena: Svjetlosna godina udaljenost je koju svjetlost prijeđe u godini dana. Brzina je svjetlosti približno $3 \cdot 10^8$ metara u sekundi, a godina ima 365 dana.		
MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.	Za zadani izraz računa konkretne vrijednosti, pojednostavnjuje izraz, primjenjuje formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova, faktorizira izraze. Krati, množi, dijeli i zbraja algebarske razlomke.	Zbraja, množi i rastavlja na faktore jednostavne algebarske izraze, kvadrira i kubira binome. Množi i dijeli algebarske razlomke.
Sadržaj: Algebarski izrazi i algebarski razlomci. Formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova. Rastav na faktore.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Pri računanju s algebarskim razlomcima ne treba inzistirati na složenim zadacima, već na razumijevanju i primjeni pravila. Primjer jednostavnih algebarskih razlomaka: $\frac{3a^2 - 4ab}{3a^2 - 4ab}, \frac{2x^2 - 15x}{xy - y}, \frac{4y}{6x - 36}, \frac{x}{2a - 4}, \frac{2}{a^2 - 2a}$		
MAT SŠ B.1.3. Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi.	Primjenjuje postotni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Primjenjuje omjere, račun diobe i proporcionalnost u primjerima iz života. Rješava tekstualne zadatke iz matematike, drugih područja i života. Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi određujući postojanje rješenja. Izražava jednu veličinu s pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti. Diskutira postojanje rješenja jednadžbe ovisno o parametru. Rješava jednostavne linearne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.	Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi te prepoznaje i obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi. U jednakosti izražava jednu veličinu s pomoću drugih.
Sadržaj: Linearne jednadžbe. Jednadžbe s parametrom. Proporcionalne veličine. Postotci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.		
MAT SŠ B.1.4. Primjenjuje linearne nejednadžbe.	Rješava linearne nejednadžbe i sustave linearnih nejednadžbi te rješenje zapisuje s pomoću intervala. Primjenjuje linearne nejednadžbe u problemskim situacijama. Rješava jednostavne linearne nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.	Rješava linearne nejednadžbe zapisujući rješenje na različite načine.
Sadržaj: Linearne nejednadžbe i sustavi linearnih nejednadžbi s jednom nepoznicom. Linearne nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Antropolozi i forenzičari klasificiraju lubanju koristeći se izrazom: $\frac{d+80}{d} - \frac{d-40}{d}$ u kojemu je $d$ duljina lubanje, a $s$ širina.		
a) Izrazite klasifikaciju kao jedan racionalni izraz. b) Ako je vrijednost racionalnoga izraza (a) manja od 75, po klasifikaciji lubanja je dugačka. Srednja lubanja je između 75 i 80. Koristeći se racionalnim izrazom iz a), klasificirajte lubanju širine 5 inča i duljine 6 inča. c) Ovisi li vrijednost izraza o mjernim jedinicama u kojima je izražena duljina i širina lubanje? Zašto? d) Kolika je širina lubanje duge 16 cm ako je klasificirana kao srednja?		
MAT SŠ B.1.5. MAT SŠ D.1.1. Povezuje različite prikaze linearne funkcije.	Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički. Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, definira i određuje nultočku. Iz grafa čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju, iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju. Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti.	Za zadanu linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije. Graf funkcije apsolutno.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za istraživanje svojstava funkcija, crtanje grafova i provjeru rješenja rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.		
MAT SŠ B.1.6. Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.	U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, zapisuje ju kao linearnu funkciju te primjenjuje za analizu problema. Analizira problem iz grafičkoga prikaza.	Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.
Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.		
	Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka otvorenoga tipa: Osmislite zadatak koji je prikazan zadanim grafom. Napišite pitanja koja možete postaviti na osnovi podataka vidljivih s grafa, a povezano sa zadatkom. Odgovorite na ta pitanja.	
MAT SŠ B.1.7. Prikazuje operacije sa skupovima i rješava nejednažbi s pomoću intervala.	Nejednakosti zapisuje s pomoću intervala i obratno te prikazuje na brojevnome pravcu. Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.	Prikazuje intervale na brojevnome pravcu i zapisuje simbolima i s pomoću nejednakosti. Određuje i prikazuje presjek i uniju skupova.
Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima. Brojevni pravac. Intervali.		
MAT SŠ C.1.1. Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta.	Definira i konstruira simetralu dužine, simetralu kuta, visinu, težišnicu te karakteristične točke trokuta. Uočava svojstva težišta. Analizira položaj karakterističnih točaka ovisno o vrsti trokuta. Otkriva formule za površinu trokuta sa zadanim polumjerom upisane i opisane kružnice. Prošireni sadržaj: Otkriva Eulerov pravac. Crtice iz povijesti – Euler.	Opisuje i konstruira simetralu dužine, težišnicu i težište trokuta te definira i konstruira središte trokutu opisane kružnice.
Sadržaj: Karakteristične točke trokuta. Površina trokuta. Prošireni sadržaj: Eulerov pravac.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom.		
MAT SŠ C.1.2. MAT SŠ D.1.2. Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.	Izriče i ilustrira poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov poučak o proporcionalnosti dužina, primjenjuje ih u modeliranju problema. Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta. Rješavajući primjere zadataka, upoznaje povijest matematike. Rješava probleme rabeći Euklidov poučak o pravokutnome trokutu. Dokazuje tvrdnje rabeći poučke o sukladnosti i sličnosti. Crtice iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.	Rješava jednostavne probleme rabeći Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.
Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Euklidov poučak o pravokutnome trokutu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.		
MAT SŠ D.1.3. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji (trokut, kvadrat, pravokutnik, paralelogram, romb, trapez, pravilni mnogokut, deltoid).	Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutniku, jednakokračnome i jednakokraničnome trokutu.

Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za istraživanje i crtanje koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Ishod se može ostvariti seminarским radom. Kao primjenu uvesti trigonometriju u navigaciji i mjeriteljstvu – kut azimut: kružno i kvadrantalno. Primjer zadatka: Avion je poletio brzinom od 215 km na sat u smjeru 65° 24'. U istome je trenutku iz iste zračne luke poletio drugi avion brzinom od 480 km na sat u smjeru 335° 24'. Odredite udaljenost aviona nakon dva sata leta.		
MAT SŠ E.1.1. Barata podacima prikazanim na različite načine.	Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo – list, linijskim dijagramom itd. Određuje srednje vrijednosti: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Crta brkatu kutiju.	Prikuplja, organizira i grafički prikazuje podatke te određuje i interpretira srednje vrijednosti.
Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakšu usporedbu više skupova istovrsnih podataka. Primjer: Mjerenjem mase petnaest bjeloglavih supova dobiveni su sljedeći podatci o masama jedinki: 7.5, 7.8, 9.1, 9.3, 9.1, 8.2, 7.5, 7.5, 7.3, 8.2, 8.3, 8.8, 9.8, 7.3, 9.7. Odredite statističke parametre (aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil, standardnu devijaciju). Objasnite značenje standardne devijacije na primjeru toga uzorka bjeloglavih supova.		
MAT SŠ A.1. Računa s realnim brojevima. IZBORNI ISHOD	Računa vrijednosti brojevnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija. Procjenjuje, zaokružuje i računa u problemskim situacijama različitih razina složenosti. Računa aritmetičku sredinu statističkih podataka prikazanih na različite načine.	Računa vrijednost izraza s više računskih operacija i rješava jednostavne probleme uz procjenu rješenja.
Sadržaj: Skup realnih brojeva. Računske operacije u skupu realnih brojeva. Aritmetička sredina.		
MAT SŠ C.1. MAT SŠ D.1. Računa s vektorima. IZBORNI ISHOD	Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora. Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu, određuje duljinu vektora. Prikazuje vektor kao linearnu kombinaciju vektora. Prošireni sadržaj: Računa mjeru kuta između vektora.	Opisuje vektor i odnose između dvaju vektora, crta vektore, određuje koordinate vektora zadanoga točkama u koordinatnome sustavu i računa duljinu vektora.
Sadržaj: Vektori. Operacije s vektorima. Vektori u koordinatnome sustavu. Linearna kombinacija vektora. Prošireni sadržaj: Mjera kuta između vektora.		

## Gimnazija Matematika 2. razred – 140 sati godišnje



Slika 15. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 140 sati godišnje

### Matematika na kraju 2. razreda gimnazije učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
--------------------------	----------------	---

<p>MAT SŠ A.2.1.</p> <p>Računa s drugim i trećim korijenom.</p>	<p>Procjenjuje i računa vrijednost drugoga i trećega korijena služeći se džepnim računalom.</p> <p>Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redosljed računskih operacija.</p> <p>Kvadrira binom s drugim i trećim korijenom.</p> <p>Djelomično korjenjuje izraz.</p> <p>Racionalizira nazivnik razlomka</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Dokazuje da je <math>\sqrt{2}</math> iracionalni broj.</p>	<p>Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena nenegativnoga broja, a drugi korijen negativnoga broja prikazuje s pomoću imaginarne jedinice.</p>
---	---	--

Sadržaj: Drugi i treći korijen. Djelomično korjenovanje. Racionalizacija nazivnika. Imaginarna jedinica.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Računati vrijednost nenegativnoga korijena koristeći se džepnim računalom.

Uvedi ne imaginarna jedinica  $i^2 = -1$  i primjenjuje kao u primjeru  $\sqrt{-16} = \sqrt{16} \cdot i = 4i$ .

Primjer izraza s drugim korijenom:  $\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})$ ,  $(3 - 2\sqrt{2})^2$ .

Primjer izraza s trećim korijenom:  $\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{18} - 2\sqrt[3]{12} + 4\sqrt[3]{2}$ ,  $\sqrt[3]{2}(2 - \sqrt[3]{9})$ ,  $(1 - 2\sqrt[3]{3})^3$ .

Prošireni sadržaj: Racionalizirati nazivnik razlomka oblika  $\frac{a + b\sqrt{c}}{d}$ , a, b, c ∈ ℝ.

<p>MAT SŠ B.2.1.</p> <p>Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.</p>	<p>Bira metodu i rješava kvadratne jednadžbe s realnim koeficijentima.</p> <p>Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu.</p> <p>Faktorizira trinom.</p> <p>Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja.</p> <p>Korelacija s Fizikom i Informatikom.</p>	<p>Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava rješenja.</p>
--	---	--

Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Jednadžbe koje se svode na kvadratnu.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu: bikvadratne jednadžbe, sustavi koji se svode na kvadratnu jednadžbu, jednostavne jednadžbe s algebarskim razlomcima i

iracionalne jednadžbe oblika  $\sqrt{ax+b} = cx + d$ .

Primjer: Riješite jednadžbu  $\frac{x^2 - 8x + 7}{x - 2} = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ .

<p>MAT SŠ A.2.2.</p> <p>MAT SŠ B.2.2.</p> <p>Primjenjuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i Viëteove formule.</p>	<p>Određuje diskriminantu kvadratne jednadžbe. Argumentira prirodu rješenja.</p> <p>Primjenjuje Viëteove formule i diskriminantu u složenijim zadacima određivanja koeficijenta.</p>	<p>Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.</p>
--	--	--

Sadržaj: Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Viëteove formule.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Zadovoljavajuća razina: Ne rješavajući jednadžbu  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , komentiraj prirodu rješenja.

Dobra razina: Za koje vrijednosti realnoga parametra m, jednadžba  $x^2 - mx + 6 = 0$  ima realna rješenja?

Primjenjuje Viëteove formule.

Primjer: Bez određivanja rješenja kvadratne jednadžbe  $4x^2 - 3x + 2 = 0$ , odredite:

a)  $x_1^2 + x_2^2$

b) jednadžbu čija su rješenja recipročne vrijednosti rješenja zadane jednadžbe.

Primjena diskriminante u složenijim zadacima: Za koje vrijednosti realnoga parametra m, jednadžba  $m(x + 1)^2 = x(m - 1)$  nema realna rješenja?

<p>MAT SŠ B.2.3.</p> <p>Analizira funkciju.</p>	<p>Računa funkcijsku vrijednost zadane funkcije uvrštavanjem broja.</p> <p>Računski određuje domenu jednostavnih racionalnih i iracionalnih funkcija.</p> <p>Određuje sliku funkcije za linearnu i kvadratnu funkciju.</p> <p>Prepoznaje bijekciju između skupova prikazanih Vennovim dijagramima.</p>	<p>Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te objašnjava pojam funkcije.</p>
---	--	--

Sadržaj: Pojam funkcije. Domena, kodomena i slika funkcije. Bijekcija.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

Bijekciju definirati i prepoznati na primjerima skupova prikazanih Vennovim dijagramima.

Sliku funkcije odrediti računski samo za linearne i kvadratne funkcije.

Racionalne funkcije u brojniku i nazivniku imaju polinom maksimalno drugoga stupnja. Iracionalne funkcije pod korijenom imaju polinom maksimalno drugoga stupnja.

<p>MAT SŠ B.2.4.</p> <p>MAT SŠ C.2.1.</p> <p>Analizira grafički prikaz funkcije.</p>	<p>Grafički prikazuje funkcije: <math>f(x) = \frac{x}{x+1}</math> <math>f(x) = \sqrt{x}</math></p> <p>Na grafu funkcije određuje domenu, kodomenu, sliku funkcije i objašnjava bijekciju.</p> <p>Skicira inverznu funkciju.</p>	<p>Grafički prikazuje funkcije te na grafičkome prikazu određuje domenu, kodomenu i sliku funkcije.</p>
--	---	---

Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije.



<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: <math>f(x) = \frac{1}{x} \mid f(x) = \sqrt{x}</math></p> <p>Grafički prikazati funkciju i određujući funkcijsku vrijednost za neke vrijednosti varijable <math>x</math>.</p> <p>Inverznu funkciju skicirati preslikavajući funkciju preko pravca <math>y = x</math></p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.</p>		
<p>MAT SŠ B.2.5. MAT SŠ C.2.2. Primjenjuje kvadratnu funkciju.</p>	<p>Određuje nultočke, sjecište s ordinatom, tjeme, os simetrije, tijek funkcije.</p> <p>Grafički prikazuje kvadratnu funkciju. Očitava točke s grafa funkcije.</p> <p>Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu.</p> <p>Određuje funkcije iz grafa.</p> <p>Rješava kvadratne nejednadžbe.</p>	<p>Grafički prikazuje kvadratnu funkciju i objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu.</p>
<p>Sadržaj: Kvadratna funkcija. Grafički prikaz kvadratne funkcije. Tjeme i nultočke. Kvadratne nejednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.</p> <p>Za koeficijente kvadratne funkcije u primjerima i zadacima koristiti racionalne brojeve.</p> <p>Grafički prikazati funkciju oblika <math>f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0</math> translacijom i funkciju oblika <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> metodom pet točaka (nultočke, tjeme, sjecište s ordinatom, preslikavanje sjecišta s ordinatom preko osi simetrije).</p> <p>Problemska situacija uključuje probleme s ekstremima te određivanje sjecišta kvadratne i linearne funkcije.</p> <p>Primjer: Praćenjem prodaje nekoga proizvoda ustanovljeno je da se prodaja može opisati kvadratnom funkcijom <math>f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 12x - 180</math>, gdje je cijena proizvoda, a <math>f(x)</math> broj prodanih komada proizvoda po cijeni <math>x</math>.</p> <p>Koliko će proizvoda trgovac prodati ako je cijena 30 kuna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?</p> <p>Za koju je cijenu prodaja toga proizvoda isplativa?</p> <p>Kolika mora biti cijena ako trgovac želi prodati više od 45 komada toga proizvoda?</p> <p>Za koju će cijenu prodaja toga proizvoda biti maksimalna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?</p> <p>Isplati li se taj proizvod prodavati po cijeni od 15 kuna?</p>		
<p>MAT SŠ C.2.3. MAT SŠ D.2.1. Primjenjuje znanja o krugu i kružnici.</p>	<p>Primjenjuje poučak o obodnome i središnjemu kutu pri dokazu Talesova poučka.</p> <p>Konstruira tangentu na kružnicu.</p> <p>S pomoću proporcionalnosti izvodi formule za duljinu kružnoga luka, površinu kružnoga isječka i površinu kružnoga odsječka.</p> <p>Povezuje duljinu kružnoga luka s radijanskom mjerom kuta.</p>	<p>Opisuje elemente kružnice i kruga, prikazuje ih u ravnini i konstruira tangentu na kružnicu.</p>
<p>Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk, kružni isječek i odsječak. Poučak o obodnome i središnjemu kutu. Radijanska mjera kuta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati i obrazložiti formule.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.4. MAT SŠ D.2.2. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.</p>	<p>Povezuje trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu s koordinatama točke na kružnici.</p> <p>Primjenjuje poučak o sinusima, uočava mogućnost i nalazi dva rješenja.</p> <p>Primjenjuje poučak o kosinusu. Računa površinu proizvoljnoga trokuta.</p> <p>Primjenjuje poučke u planimetriji i problemskim zadacima.</p> <p>Prošireni sadržaji: Primjenjuje poučke u stereometriji.</p>	<p>Primjenjuje odgovarajući poučak za računanje elemenata trokuta i argumentira svoj izbor.</p>
<p>Sadržaj: Poučak o sinusima. Poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji.</p> <p>Prošireni sadržaji: Primjena u stereometriji.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od <math>90^\circ</math> do <math>180^\circ</math> uvode se na sljedeći način:</p>		
<p>Izostaviti zadatke u kojima se primjenjuju adicijske formule.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.5. MAT SŠ D.2.3. Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru i računa udaljenost.</p>	<p>Razlikuje točku, pravac, ravninu te analizira i objašnjava međusobne položaje.</p> <p>Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.</p> <p>Računa udaljenosti točaka do pravaca i ravnina te udaljenost pravaca i ravnina.</p>	<p>Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina te određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.</p>
<p>Sadržaj: Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija.</p>		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ovaj ishod treba obraditi nakon poučka o sinusima. Koristiti se modelima, mrežama ili skicama geometrijskih tijela. Pri određivanju udaljenosti primijeniti ranije stečena znanja (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...).		
MAT SŠ C.2.6. MAT SŠ D.2.4. Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.	Prepoznaje i opisuje uspravnu prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu. Računa elemente (duljine bridova, volumen, oplošje, polumjer baze...) prizme, valjka, piramide, stošca, kugle te rotacijskih tijela. Prošireni sadržaj: Prepoznaje i opisuje Arhimedova tijela i Platonova tijela. Računa elemente krnjih tijela.	Opisuje prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu te računa volumen i oplošje prizme, valjka i kugle rabeći zadane elemente i obratno.
Sadržaj: Geometrijska tijela. Oplošje i volumen uspravnih geometrijskih tijela. Rotacijska tijela. Prošireni sadržaj: Arhimedova tijela. Platonova tijela. Krnja tijela.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stošca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i jednake visine. Izvesti dokaz da je omjer volumena piramide i prizme jednakih visina i površina osnovica jednak 1 : 3.		
MAT SŠ E.2.1. Primjenjuje vjerojatnost.	Opisuje siguran i nemoguć događaj. Rabi algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerojatnosti. Određuje geometrijsku vjerojatnost.	Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.		
MAT SŠ A.2. Računa i interpretira računске operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini. IZBORNI ISHOD	Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima, množi i dijeli kompleksne brojeve. Određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva.	Prikazuje kompleksni broj u algebarskome obliku i u Gaussovoj ravnini. Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve Uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.
Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Gaussova ravnina.		

### Gimnazija Matematika 3. razred – 140 sati godišnje



Slika 16. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u jedanaestoj godini učenja, 140 sati godišnje

#### Matematika na kraju 3. razreda gimnazije učenik:

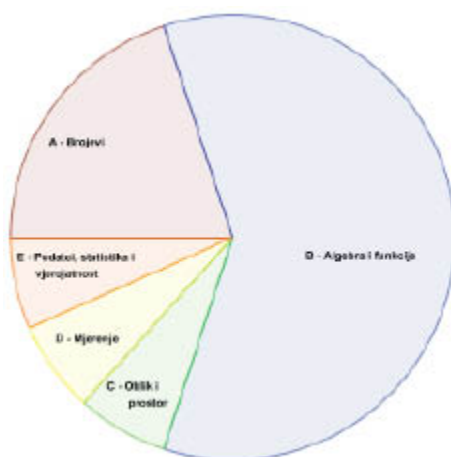
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost potencija racionalnoga eksponenta.

Sadržaj: Pojam korijena. Potencije racionalnoga eksponenta.		
MAT SŠ B.3.2. MAT SŠ C.3.1. Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	<p>Određuje domenu, kodomenu, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija</p> $f(x) = a^x, f(x) = a^x + c,$ $f(x) = a^{x+c}, f(x) = b \cdot a^x,$ $f(x) = \log_a x, f(x) = \log_a x + c,$ $f(x) = \log_a(x+c).$ <p>Prošireni sadržaj: Primjenjuje prirodni logaritam. Crtice iz povijesti – Euler, Napier.</p>	Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju.
Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Prirodni logaritam.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Učenik otkriva osnovna svojstva funkcija iz njihovih grafova. Uočava »inverznu« vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije koristeći pravac $y = x$ .		
MAT SŠ B.3.3. MAT SŠ C.3.2. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	<p>Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.</p> <p>Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice. Korelacija s Kemijom i Biologijom.</p>	U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prošireni sadržaj: Briggsove i Napierove logaritamske tablice.		
MAT SŠ B.3.4. Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom i nejednadžbom.	<p>Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obratno.</p> <p>Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe.</p> <p>Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.</p>	Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe izravnom primjenom definicije.
Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.		
MAT SŠ B.3.5. MAT SŠ C.3.3. Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.	<p>Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Koristi se džepnim računalom.</p> <p>Prošireni sadržaj: Primjenjuje trigonometrijske identitete. Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija. Korelacija s Fizikom.</p>	Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.
Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija. Prošireni sadržaj: Trigonometrijski identiteti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija ( $\sin x$ i $\cos x$ ), odnosno koordinata točaka na osi tangensa s $\tan x$ , osi kotangensa s $\cot x$ . Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se rabe pri računanju (stupnjevi, radijani).		
MAT SŠ B.3.6. MAT SŠ C.3.4. Analizira graf trigonometrijske funkcije.	<p>Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije</p> $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x,$ $f(x) = \tan x, f(x) = \cot x,$ $f(x) = A \sin(bx + c) + d,$ $f(x) = A \cos(bx + c) + d.$ <p>Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Određuje svojstva trigonometrijskih funkcija:</p> $f(x) = A \sin(bx),$ $f(x) = A \cos(bx)$
Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.		

<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.          Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad crtanja grafova trigonometrijskih funkcija (od početka rabeći brojevu kružnicu, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene.          No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.7.          MAT SŠ C.3.5.          Primjenjuje trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.</p>	<p>U problemu opisanome trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.          Primjer problema opisanoga trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom: <math>D(t) = \frac{K}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{24} \cdot (t - 79)\right) + 12</math>, pri čemu je <math>t</math> dan u godini (<math>t = 0</math> je 1. siječnja).          Konstanta <math>K</math> određena je geografskom širinom mjesta.          a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku (<math>K = 6</math>)?          b) Koji dan u veljači traje 11 sati?          c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji?          d) Od kojega je dana u veljači dan dulji od 10 sati?</p>		
<p>MAT SŠ B.3.8.          Primjenjuje trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.</p>	<p>Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.</p>	<p>Rješava trigonometrijske jednadžbe:</p> <p><math>A \sin(bx + c) + d = 0</math>  <math>A \cos(bx + c) + d = 0</math>  <math>A \tan(bx + c) + d = 0</math>  <math>A \cot(bx + c) + d = 0</math></p> <p><b>1. nejednadžbe: prikazice</b></p> <p><math>\sin x &lt; a, \cos x \leq a</math>  <math>\tan x &gt; a, \cot x \geq 0</math>  <math>A \sin(bx + c) + d \geq 0</math>  <math>A \cos(bx + c) + d &lt; 0</math>  <math>A \tan(bx + c) + d \geq 0</math></p>
<p>Sadržaj: Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Primjer primjene trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe: U nekome mjestu na moru određenoga dana plima je u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora, u odnosu na uobičajenu, za vrijeme plime je 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite:          a) Koja će razina mora biti u 10 sati?          b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0?          c) U kojemu će vremenu razina mora biti veća od 4 metra?</p>		
<p>MAT SŠ C.3.6.          MAT SŠ D.3.1.          Primjenjuje račun s vektorima.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora.          Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu.          Određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora.          Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima.          Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički).</p>	<p>Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu.          Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanima na razne načine.</p>
<p>Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Linearna kombinacija vektora.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.9.          MAT SŠ C.3.7.          MAT SŠ D.3.2.          Primjenjuje jednadžbu pravca.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednadžbe i izvodi jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara.          Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje ga s koeficijentom smjera.          Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima.          Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca.          Prošireni sadržaj:          Primjenjuje pravac regresije.          Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednadžbe te interpretira koeficijente u jednadžbi pravca.</p>
<p>Sadržaj: Jednadžba pravca. Kut između pravaca. Udaljenost točke od pravca.          Prošireni sadržaj: Pravac regresije.</p>		

<p>MAT SŠ B.3.10. MAT SŠ C.3.8. MAT SŠ D.3.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.</p>	<p>Prepoznaje jednadžbu kružnice i iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza pronalazi jednadžbu kružnice. Određuje grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice. Iz općega oblika jednadžbe kružnice prelazi u kanonski oblik i obratno. Ispituje međusobni položaj kružnice i pravca. Prošireni sadržaj: Određuje tangentu na kružnicu.</p>	<p>Iz jednadžbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno, iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu kružnice.</p>
<p>Sadržaj: Jednadžba kružnice. Pravec i kružnica. Prošireni sadržaji: Tangenta na kružnicu.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.11. MAT SŠ C.3.9. Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole.</p>	<p>Prepoznaje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednadžbu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstruira elipsu, hiperbolu i parabolu. Crtice iz povijesti – čunjosječnice.</p>	<p>Opisuje elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.</p>
<p>Sadržaj: Jednadžba elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Konstrukcija elipse, hiperbole i parabole.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer primjene svojstava elipse: Prvi umjetni satelit u orbiti Zemlje bio je Sputnik I. Njegova najveća udaljenost od Zemlje bila je 1080 km, a najmanja 245 km. Uz pretpostavku da je središte Zemlje fokus eliptične orbite satelita, odredite numerički ekscentricitet.</p>		
<p>MAT SŠ E.3.1. Odabire strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku.</p>	<p>Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.</p>
<p>Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije.</p>		

### Gimnazija Matematika 4. razred – 128 sati godišnje



Slika 17. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 128 sati godišnje

Matematika na kraju 4. razreda gimnazije učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda

<p>MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.</p>	<p>Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija zbrajanja i množenja. Prošireni sadržaj: Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj.</p>	<p>Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.</p>
<p>Sadržaj: Realni brojevi</p>		
<p>MAT SŠ A.4.2. MAT SŠ B.4.1. Dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.</p>	<p>Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. Matematičke tvrdnje (jednakosti, djeljivost) dokazuje matematičkom indukcijom. Prošireni sadržaj: Primjenjuje binomnu formulu. Korelacija s Logikom.</p>	<p>Opisuje postupak i nabraja korake matematičke indukcije te dokazuje jednostavne jednakosti.</p>
<p>Sadržaj: Matematička indukcija. Prošireni sadržaj: Binomna formula</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p style="text-align: center;"> <b>Dobra razina: Dokažite</b> <math>1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}, \forall n \in \mathbb{N}</math>.  <b>Vrlo dobra razina: Dokažite</b> <math>\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{n^2+3n+2} = \frac{n}{2(n+2)}, \forall n \in \mathbb{N}</math>.  <b>Iznimna razina: Dokažite</b> <math>3 5^n + 2^{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}</math>. </p>		
<p>MAT SŠ A.4.3. Računa s kompleksnim brojevima.</p>	<p>Uočava potrebu proširenja skupova brojeva (N, Z, Q, R) skupom kompleksnih brojeva. Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi, potencira i korjenjuje kompleksne brojeve u odgovarajućem obliku, po potrebi primjenjujući De Moivreovu formulu.</p>	<p>Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula.</p>		
<p>MAT SŠ A.4.4. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računsku operaciju s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Rješenja jednadžbe, primjerice <math>z^5 = 2</math>, prikazuje u Gaussovoj ravnini.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini. Uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Jednostavne jednadžbe i nejednadžbe: <math>Re(z) = 2, Im(z) &lt; 3,  z  = 2,  z  \geq 3</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.2. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz i red.</p>	<p>Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih <math>n</math> članova niza, računa zbroj geometrijskoga reda. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza i geometrijskoga reda, osobito složeni kamatni račun.</p>	<p>Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekurzivno ili općim članom.</p>
<p>Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih <math>n</math> članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka složenoga kamatnog računa: Jedna je obitelj odlučila štedjeti u banci koja nudi 3.5 % godišnju kamatu. Dogovorili su se da će na početku svake godine na račun stavljati 4000 kn i da uštedevinu neće podizati. Koliko će iznositi njihova uštedevina nakon 10 godina? Koliko bi vremena trebali štedjeti ako žele uštedjeti 100 000 kn?</p>		
<p>MAT SŠ B.4.3. Računa limes niza.</p>	<p>Opisuje pojam limesa, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Prošireni sadržaj: Primjenjuje neprekidno ukamaćivanje.</p>	<p>Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te pojam limesa niza.</p>
<p>Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza. Prošireni sadržaj: Neprekidno ukamaćivanje.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Ispisivanjem članova niza i smještanjem na brojevni pravac (po mogućnosti koristeći se programom dinamične geometrije) uočavati postojanje limesa niza tako što su nakon nekoga člana svi članovi unutar intervala, a konačno mnogo ih je izvan.</p> <p>Jednostavni niz: <math>\frac{1}{n}, \frac{1}{2n}, \frac{1}{3n+2}, \frac{1}{n^2}</math>.</p>		

<p>MAT SŠ B.4.4. Analizira svojstva funkcija.</p>	<p>Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, rast/pad, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost) funkcije, asimptote. Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije. Određuje svojstva funkcije zadane različitim zapisima.</p>	<p>Određuje svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.</p>
<p>Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, rast/pad, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Graf funkcije.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.5. Tumači značenje limesa funkcije u točki.</p>	<p>Opisuju i grafom prikazuju funkciju koja je neprekidna odnosno koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije.</p>	<p>Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.</p>
<p>Sadržaj: Limes funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p>		
<p>Određuje limese funkcija, primjerice <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-1}</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 2} x^2</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.6. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.</p>	<p>Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu). Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki. Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.</p>
<p>Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.7. Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim zadacima.</p>	<p>Izvodi derivaciju po definiciji, navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i kvocijenta. Određuje derivaciju složene funkcije. Određuje tangentu na graf funkcije. Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom.</p>	<p>Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.</p>
<p>Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Derivacija složene funkcije. Primjena derivacija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p>		
<p>Primjer zadatka: Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon <math>t</math> minuta iznosi <math>V = 200(50 - t)^2 m^3</math>. Odredite: a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta b) trenutnu brzinu istjecanja vode u <math>t = 5</math> minuta.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.8. Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.</p>	<p>Određuje domenu, nultočke, stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije, ekstreme, konveksnost/konkavnost, asimptote. Određuje tijek funkcije i crta graf.</p>	<p>Skicira graf funkcije temeljem svojstava određenih s pomoću derivacije funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstremi, zakrivljenost). Asimptote. Tijek funkcije. Primjena derivacije funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p>		
<p>Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije programom dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.</p>		
<p>MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.</p>	<p>Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te s pomoću Vennovih dijagrama. Crta vjerojatnosno stablo. Opisuju i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Razlikuje zavisne i nezavisne događaje, računa uvjetnu vjerojatnost. Prošireni sadržaj: Određuje hipoteze, primjenjuje formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu. Korelacija s Logikom i Kemijom.</p>	<p>Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.</p>
<p>Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji. Uvjetna vjerojatnost.</p>		
<p>Prošireni sadržaj: Formula potpune vjerojatnosti i Bayesova formula.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p>		
<p>Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Povezati De Morganove zakone sa sadržajima predmeta Logika. Računati uvjetne vjerojatnosti i vjerojatnost umnoška događaja.</p>		
<p>Koristiti se vjerojatnosnim stablom.</p>		
<p>Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu.</p>		
<div style="text-align: center;"> <p> <math>BB = \frac{8}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{64}{182}</math>  <math>BC = \frac{8}{14} \cdot \frac{6}{13} = \frac{48}{182}</math>  <math>CB = \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{13} = \frac{48}{182}</math>  <math>CC = \frac{6}{14} \cdot \frac{6}{13} = \frac{36}{182}</math>  <math>Ukupno = 1</math> </p> </div>		

MAT SŠ B.4. MAT SŠ D.4. Primjenjuje računanje površine ispod grafa funkcije. IZBORNI ISHOD	Računa neodređeni integral rabeći osnovna svojstva i tablicu neodređenih integrala. Izračunava površinu ispod grafa jednostavnih funkcija rabeći Newton-Leibnizovu formulu i tablicu neodređenih integrala.	Računa površinu ispod grafa funkcije u jednostavnim situacijama.
Sadržaj: Neodređeni integral. Određeni integral. Newton-Leibnizova formula. Površina ispod grafa funkcije.		

## Gimnazija Matematika 1. razred – 175 sati godišnje

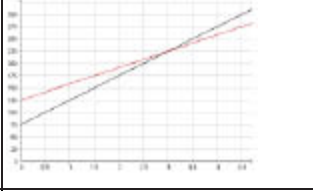


Slika 18. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u devetoj godini učenja, 175 sati godišnje

### Matematika na kraju 1. razreda gimnazije učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ B.1.1. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.	Računa vrijednosti brojevnih izraza s potencijama poštujući redosljed računskih operacija. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija, primjenjuje ih za pojednostavnjivanje izraza te povezuje s problemima iz drugih područja i života. Zaokružuje na značajne znamenke. Korelacija s Kemijom.	Računa vrijednosti jednostavnih brojevnih izraza s potencijama te primjenjuje potencije za prikaz broja u znanstvenome zapisu.
Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer zadatka: Zemlji najbliža zvijezda Proxima Centauri udaljena je od Sunca 4.3 svjetlosne godine. Koliko iznosi ta udaljenost u kilometrima? Rezultat zapišite u znanstvenome obliku i zaokružite na tri decimale. Napomena: Svjetlosna godina udaljenost je koju svjetlost prijeđe u godini dana. Brzina je svjetlosti približno $3 \cdot 10^3$ metara u sekundi, a godina ima 365 dana.		
MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.	Za zadani izraz računa konkretne vrijednosti, pojednostavnjuje izraz, primjenjuje formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova, faktorizira izraze. Krati, množi, dijeli i zbraja algebarske razlomke.	Zbraja, množi i rastavlja na faktore jednostavne algebarske izraze, kvadrira i kubira binome. Množi i dijeli algebarske razlomke.
Sadržaj: Algebarski izrazi i algebarski razlomci. Formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova. Rastav na faktore.		
MAT SŠ B.1.3. Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi.	Primjenjuje postotni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života. Primjenjuje omjere, račun diobe i proporcionalnost u primjerima iz života. Rješava tekstualne zadatke iz matematike, drugih područja i života. Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi određujući postojanje rješenja. Izražava jednu veličinu s pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti. Diskutira postojanje rješenja jednadžbe ovisno o parametru. Rješava jednostavne linearne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.	Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi te prepoznaje i obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi. U jednakosti izražava jednu veličinu s pomoću drugih.
Sadržaj: Linearne jednadžbe. Jednadžbe s parametrom. Proporcionalne veličine. Postoci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.		



<p>MAT SŠ B.1.4. Primjenjuje diofantske jednačbe.</p>	<p>Rješava homogene i linearne diofantske jednačbe. Rješava nelinearnu diofantsku jednačbu odgovarajućom metodom (umnoška, kvocijenta, parnosti...).</p> <p>Probleme iz matematike i stvarnoga konteksta zapisuje i rješava diofantskim jednačbama.</p>	<p>Rješava linearne diofantske jednačbe.</p>
<p>Sadržaj: Diofantske jednačbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer zadatka: Odredite koeficijente pojedinih kemijskih tvari koje sudjeluju u reakciji: <math>x Ba(OH)_2 + y H_3PO_4 \rightarrow z Ba_3(PO_4)_2 + v H_2O</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.5. Primjenjuje linearne nejednačbe.</p>	<p>Rješava linearne nejednačbe i sustave linearnih nejednačbi te rješenje zapisuje s pomoću intervala. Primjenjuje linearne nejednačbe u problemskim situacijama. Rješava jednostavne linearne nejednačbe s apsolutnom vrijednošću.</p>	<p>Rješava linearne nejednačbe zapisujući rješenje na različite načine.</p>
<p>Sadržaj: Linearne nejednačbe i sustavi linearnih nejednačbi s jednom nepoznicom. Linearne nejednačbe s apsolutnom vrijednošću.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer: Antropolozi i forenzičari klasificiraju lubanju koristeći se izrazom: <math>\frac{d-65a}{d} - \frac{d-40a}{d}</math>, u kojemu je d duljina lubanje, a š širina. a) Izrazite klasifikaciju kao jedan racionalni izraz. b) Ako je vrijednost racionalnoga izraza (a) manja od 75, po klasifikaciji lubanja je dugačka. Srednja lubanja je između 75 i 80. Koristeći se racionalnim izrazom iz a), klasificirajte lubanju širine 5 inča i duljine 6 inča. c) Ovisi li vrijednost izraza o mjernim jedinicama u kojima je izražena duljina i širina lubanje? Zašto? d) Kolika je širina lubanje duge 16 cm ako je klasificirana kao srednja?</p>		
<p>MAT SŠ B.1.6 MAT SŠ D.1.1 Povezuje različite prikaze linearne funkcije.</p>	<p>Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički. Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, definira i određuje nultočku. Iz grafa čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju, iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju. Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti.</p>	<p>Za zadanu linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.</p>
<p>Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije. Graf funkcije apsolutno.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za istraživanje svojstava funkcija, crtanje grafova i provjeru rješenja rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.7 Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.</p>	<p>U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, zapisuje ju kao linearnu funkciju te primjenjuje za analizu problema. Analizira problem iz grafičkoga prikaza.</p>	<p>Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.</p>
<p>Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Primjer zadatka otvorenoga tipa:</p>		
	<p>Osmislite zadatak koji je prikazan zadanim grafom. Napišite pitanja koja možete postaviti na osnovi podataka vidljivih iz grafa, a povezano sa zadatkom. Odgovorite na ta pitanja.</p>	
<p>MAT SŠ B.1.8. Prikazuje operacije sa skupovima i rješenja nejednačbi s pomoću intervala.</p>	<p>Nejednakosti zapisuje s pomoću intervala i obratno te prikazuje na brojevnome pravcu. Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.</p>	<p>Prikazuje intervale na brojevnome pravcu i zapisuje simbolima i s pomoću nejednakosti. Određuje i prikazuje presjek i uniju skupova.</p>
<p>Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima. Brojevni pravac. Intervali.</p>		
<p>MAT SŠ C.1.1. Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta.</p>	<p>Definira i konstruira simetralu dužine, simetralu kuta, visinu i težišnicu te karakteristične točke trokuta. Uočava svojstva težišta. Analizira položaj karakterističnih točaka ovisno o vrsti trokuta. Otkriva formule za površinu trokuta sa zadanim polumjerom upisane i opisane kružnice. Prošireni sadržaj: Otkriva Eulerov pravac. Crte iz povijesti – Euler.</p>	<p>Opisuje i konstruira simetralu dužine, težišnicu i težište trokuta te definira i konstruira središte trokutu opisane kružnice.</p>
<p>Sadržaj: Karakteristične točke trokuta. Površina trokuta. Prošireni sadržaj: Eulerov pravac.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom.</p>		

<p>MAT SŠ C.1.2. MAT SŠ D.1.2. Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.</p>	<p>Izriče i ilustrira poučke o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov poučak o proporcionalnosti dužina, primjenjuje ih u modeliranju problema. Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta. Rješavajući primjere zadataka, upozna je povijest matematike. Rješava probleme rabeći Euklidov poučak o pravokutnome trokutu. Dokazuje tvrdnje rabeći poučke o sukladnosti i sličnosti. Crte iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.</p>	<p>Rješava jednostavne probleme rabeći Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.</p>
<p>Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Euklidov poučak o pravokutnome trokutu.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.</p>		
<p>MAT SŠ D.1.3. Primjenjuje trigonometrijske omjere.</p>	<p>Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i za rješavanje problema u planimetriji (trokut, kvadrat, pravokutnik, paralelogram, romb, trapez, mnogokut, deltoid).</p>	<p>Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutniku, jednakokrakome i jednakostraničnome trokutu.</p>
<p>Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za istraživanje i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom. Kao primjenu uvesti trigonometriju u navigaciji i mjeriteljstvu – kut azimut: kružno i kvadrantalno. Primjer zadatka: Avion je poletio brzinom od 215 km na sat u smjeru 65° 24'. U istome je trenutku iz iste zračne luke poletio drugi avion brzinom od 480 km na sat u smjeru 335° 24'. Odredite udaljenost aviona nakon dva sata leta.</p>		
<p>MAT SŠ E.1.1. Barata podacima prikazanima na različite načine.</p>	<p>Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo – list, linijskim dijagramom itd. Određuje srednje vrijednosti: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Crta brkату kutiju.</p>	<p>Prikuplja, organizira i grafički prikazuje podatke te određuje i interpretira srednje vrijednosti.</p>
<p>Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakšu usporedbu više skupova istovrsnih podataka. Primjer: Mjerenjem mase petnaest bjeloglavih supova dobiveni su sljedeći podatci o masama jedinki: 7.5, 7.8, 9.1, 9.3, 9.1, 8.2, 7.5, 7.5, 7.3, 8.2, 8.3, 8.8, 9.8, 7.3, 9.7. Odredite statističke parametre (aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil, standardnu devijaciju). Objasnite značenje standardne devijacije na primjeru toga uzorka bjeloglavih supova. Prikažite statističke parametre toga uzorka dijagramom brkate kutije.</p>		
<p>MAT SŠ E.1.2. Primjenjuje normalnu razdiobu.</p>	<p>Crta krivulju normalne razdiobe, opisuje razdiobu podataka ispod krivulje, rješava probleme s normalnom razdiobom.</p>	<p>Opisuje i grafički prikazuje normalnu razdiobu. Rješava zadatak uz zadanu aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju.</p>
<p>Sadržaj: Krivulja normalne razdiobe.</p>		

## Gimnazija Matematika 2. razred – 175 sati godišnje



Slika 19. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 175 sati godišnje

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.2.1. Računa s drugim i trećim korijenom.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena služeći se džepnim računalom. Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redosljed računskih operacija. Kvadrira i kubira binom s drugim i trećim korijenom. Djelomično korjenjuje izraz. Racionalizira nazivnik razlomka. Dokazuje da je $\sqrt{2}$ iracionalni broj.	Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena nenegativnoga broja, a drugi korijen negativnoga broja prikazuje pomoću imaginarne jedinice.
Sadržaj: Drugi i treći korijen. Djelomično korjenovanje. Racionalizacija nazivnika. Imaginarna jedinica.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Računati vrijednost nenegativnoga korijena služeći se džepnim računalom. Uvodi se imaginarna jedinica $i^2 = -1$ i primjenjuje kao u primjeru $\sqrt{-16} = \sqrt{i^2 \cdot 16} = 4i$ . Primjer racionalizacije nazivnika: a) s drugim korijenima $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ b) s trećim korijenom: $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$		
MAT SŠ A.2.2. MAT SŠ B.2.1. Primjenjuje matrice i determinante.	Opisuje matricu te navodi primjere matrica, uključujući nulmatricu, jediničnu matricu, kvadratnu matricu, gornjotrokutastu i donjotrokutastu matricu. Sustav linearnih jednadžbi rješava Cramerovom metodom. Utvrđuje i objašnjava postojanje rješenja sustava linearnih jednadžbi. Prošireni sadržaj: Primjenjuje Gauss-Jordanovu metodu eliminacije.	Zbraja i množi matrice te množi matricu realnim brojem. Računa determinantu matrice drugoga i trećeg reda.
Sadržaj: Matrice i determinante. Primjena na sustave linearnih jednadžbi. Prošireni sadržaj: Gauss-Jordanova metoda eliminacije.		
MAT SŠ B.2.2. Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.	Bira metodu i rješava kvadratne jednadžbe s realnim ili općim koeficijentima. Rješava kvadratne jednadžbe s općim koeficijentima. Faktorizira trinom. Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu. Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja. Korelacija s Fizikom i Informatikom.	Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava rješenja.
Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Jednadžbe koje se svode na kvadratnu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Rješavati kvadratnu jednadžbu s općim koeficijentima. Primjer: Riješite jednadžbu $x^2 + (b+3a)x + 3a^2 - 2b^2 + 3ab = 0$ . Jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu su bikvadratne jednadžbe, sustavi koji se svode na kvadratnu jednadžbu, jednadžbe s algebarskim razlomcima i iracionalne jednadžbe oblika $\sqrt{ax+b} = cx+d$ .		
MAT SŠ A.2.3. MAT SŠ B.2.3. Primjenjuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i Viëteove formule.	Određuje diskriminantu kvadratne jednadžbe. Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe. Primjenjuje Viëteove formule. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – Viëte	Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.
Sadržaj: Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Viëteove formule.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Zadovoljavajuća razina: Ne rješavajući jednadžbu $x^2 + 5x + 6 = 0$ , komentirajte prirodu rješenja. Dobra razina: Za koje vrijednosti realnoga parametra m jednadžba $x^2 + mx + 6 = 0$ ima realna rješenja? Primijeniti Viëteove formule. Primjer: Bez određivanja rješenja kvadratne jednadžbe $4x^2 - 3x + 2 = 0$ odredite: a) $x_1^2 + x_2^2$ b) $\frac{1}{x_1^4} + \frac{1}{x_2^4}$ c) jednadžbu čija su rješenja recipročne vrijednosti rješenja zadane jednadžbe d) koliki bi trebao biti linearni koeficijent da bi rješenja bila suprotnoga predznaka? Primjena diskriminante u složenijim zadacima: Za koje vrijednosti realnoga parametra m jednadžba $m(x+1)^2 = x(m-1)$ nema realna rješenja?		

<p>MAT SŠ B.2.4. Analizira funkciju.</p>	<p>Računa funkcijsku vrijednost zadane funkcije uvrštavanjem broja ili algebarskoga izraza. Određuje funkciju iz zadane funkcijske vrijednosti algebarskoga izraza. Određuje kompoziciju funkcija. Računski određuje domenu racionalnih i iracionalnih funkcija. Određuje sliku funkcije za linearnu i kvadratnu funkciju. Daje primjere bijekcija.</p>	<p>Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te objašnjava pojam funkcije. Određuje kompoziciju funkcije.</p>
--	---	---

Sadržaj: Pojam funkcije. Domena, kodomena i slika funkcije. Kompozicija funkcija. Bijekcija.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Odrediti funkcijsku vrijednost funkcije uvrštavanjem brojanoga ili algebarskoga izraza. Odrediti kompoziciju funkcija.

Primjer: Odredite

$$f \circ g(x), (g \circ f)(x) \text{ i } f \circ f(x), \text{ ako je } f(x) = x^2 - x + 3 \text{ i } g(x) = x + 2.$$

Odrediti funkciju iz zadane funkcijske vrijednosti algebarskoga izraza.

Primjer: Odredite  $f(x)$ , ako je  $f(x-1) = x^2 + 3x - 1$ .

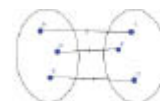
Definirati bijekciju i dati primjer koristeći se Vennovim dijagramima.

Sliku funkcije određivati računski samo za linearne i kvadratne funkcije.

Racionalne funkcije u brojniku i nazivniku imaju polinom maksimalno drugoga stupnja.

Iracionalne funkcije pod korijenom imaju polinom maksimalno drugoga stupnja.

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.



<p>MAT SŠ B.2.5. MAT SŠ C.2.1. Analizira grafički prikaz funkcije.</p>	<p>Grafički prikazuje funkcije: <math>f(x) = \frac{1}{x} + 1</math> <math>f(x) = \sqrt{x}</math> Na danome grafu funkcije određuje domenu, kodomenu, sliku funkcije te utvrđuje i objašnjava bijektivnost. Skicira graf inverzne funkcije.</p>	<p>Grafički prikazuje funkcije te na grafičkome prikazu određuje domenu, kodomenu i sliku funkcije.</p>
--	--	---

Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije. Graf inverzne funkcije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Grafički prikazati funkciju  $f(x) = \frac{1}{x} + 1$  i  $f(x) = \sqrt{x}$  određujući funkcijsku vrijednost za neke vrijednosti varijable.

Graf inverzne funkcije skicirati preslikavajući funkciju preko pravca  $y = x$ .

Na grafu kvadratne funkcije zahtijevati od učenika da odrede domenu, sliku funkciju te je li funkcija injektivna, surjektivna ili bijektivna.

<p>MAT SŠ B.2.6. MAT SŠ C.2.2. Primjenjuje kvadratnu funkciju.</p>	<p>Određuje nultočke, sjecište s ordinatom, tjeme parabole, os simetrije, tijek funkcije. Određuje funkcije iz grafa. Grafički prikazuje kvadratnu funkciju. Očitava točke s grafa funkcije. Objašnjava oblik grafa kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu. Rješava kvadratne i racionalne nejednadžbe.</p>	<p>Grafički prikazuje kvadratnu funkciju i objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu.</p>
--	---	---

Sadržaj: Kvadratna funkcija. Grafički prikaz kvadratne funkcije. Tjeme i nultočke. Kvadratne i iracionalne nejednadžbe.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

Grafički prikazati funkciju oblika  $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$  translacijom i funkciju oblika  $f(x) = ax^2 + bx + c$  metodom pet točaka (nultočke, tjeme parabole, sjecište s ordinatom, preslikavanje sjecišta s ordinatom preko osi simetrije).

Problemska situacija uključuje probleme s ekstremima te određivanje sjecišta kvadratne i linearne funkcije.

Primjer: Praćenjem prodaje nekoga proizvoda ustanovljeno je da se prodaja može opisati kvadratnom funkcijom  $f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 12x - 180$ , gdje je cijena proizvoda, a  $f(x)$  broj prodanih komada proizvoda po cijeni  $x$ .

Koliko će proizvoda trgovac prodati ako je cijena 30 kuna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?

Za koju je cijenu prodaja toga proizvoda isplativa?

Kolika mora biti cijena ako trgovac želi prodati više od 45 komada toga proizvoda?

Za koju će cijenu prodaja toga proizvoda biti maksimalna? Koliko će pritom trgovac zaraditi?

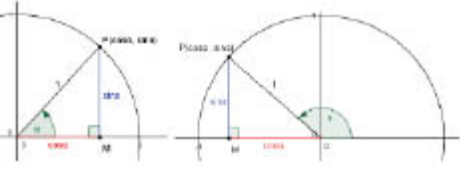
Isplati li se taj proizvod prodavati po cijeni od 15 kuna?

Primjer racionalne nejednadžbe:  $\frac{2-x}{x+3} > 0, \frac{2-x}{x^2-2x+4} \leq 0$ .

<p>MAT SŠ C.2.3. MAT SŠ D.2.1. Primjenjuje znanja o krugu i kružnici.</p>	<p>Opisuju elemente kružnice i kruga te ih prikazuje u ravnini. Konstruira tangentu na kružnicu. Primjenjuje poučak o obodnome i središnjemu kutu pri dokazu Talesova poučka. S pomoću proporcionalnosti izvodi formule za duljinu kružnoga luka, površinu kružnoga isječka i površinu kružnoga odsječka. Povezuje duljinu kružnoga luka s radijanskom mjerom kuta.</p>	<p>Iz zadanih elemenata računa elemente kružnice i kruga te konstruira tangentu na kružnicu.</p>
---	---	--

Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk, kružni isječak i odsječak. Poučak o obodnom i središnjem kutu. Radijanska mjera kuta.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati, obrazlagati i dokazivati formule.

<p>MAT SŠ C.2.4. MAT SŠ D.2.2. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.</p>	<p>Povezuje trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu s koordinatama točke na kružnici. Primjenjuje poučak o sinusima, uočava mogućnost i nalazi dva rješenja. Primjenjuje poučak o kosinusu. Računa površinu trokuta. Primjenjuje poučke u planimetriji, stereometriji i problemskim zadacima.</p>	<p>Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu u planimetriji.</p>
<p>Sadržaj: Poučak o sinusima. Poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od <math>90^\circ</math> do <math>180^\circ</math> uvode se na sljedeći način:</p>		
		
<p>Primjer zadatka za zadovoljavajuću razinu: Odredite nepoznate stranice i kutove trokuta te površinu trokuta ako je <math>a = 5</math> cm, <math>b = 8.2</math> cm, <math>\gamma = 57^\circ</math>. Izostaviti zadatke u kojima se primjenjuju adicijske formule.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.5. MAT SŠ D.2.3. Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru, računa udaljenost i mjeru kuta.</p>	<p>Razlikuje točku, pravac, ravninu te analizira i objašnjava međusobne položaje. Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta. Računa udaljenosti točaka do pravaca i ravnina te udaljenost pravaca i ravnina. Računa mjeru kuta između dvaju pravca, pravca i ravnine, dviju ravnina.</p>	<p>Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina te određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.</p>
<p>Sadržaj: Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se modelima, mrežama ili skicama geometrijskih tijela. Pri određivanju udaljenosti koristiti se dosad stečenim znanjima (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...). Ovaj ishod treba obraditi nakon poučka o sinusima i poučka o kosinusu.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.6. MAT SŠ D.2.4. Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i skicira prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu. Računa elemente (duljine bridova, volumen, oplošje, polumjer baze...) uspravnih i krnjih prizmi, valjaka, piramide, stožaca te kugle i rotacijskih tijela. Prošireni sadržaj: Prepoznaje i opisuje Arhimedova tijela i Platonova tijela. Računa elemente krnjih tijela.</p>	<p>Računa volumen i oplošje prizme, piramide, valjka, stožca, kugle i dijelova kugle radeći zadane elemente i obratno.</p>
<p>Sadržaj: Geometrijska tijela. Oplošje i volumen uspravnih i krnjih geometrijskih tijela. Rotacijska tijela. Prošireni sadržaj: Arhimedova tijela. Platonova tijela. Kosa tijela.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stožca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i jednake visine. Izvesti dokaz da je omjer volumena piramide i prizme jednakih visina i površina osnovica jednak <math>1 : 3</math>.</p>		
<p>MAT SŠ E.2.1. Primjenjuje vjerojatnost.</p>	<p>Opisuje siguran i nemoguć događaj. Rabi algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerojatnosti. Određuje geometrijsku vjerojatnost.</p>	<p>Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.</p>
<p>Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.</p>		



Slika 20. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u jedanaestoj godini učenja, 175 sati godišnje

**Matematika na kraju 3. razreda gimnazije učenik:**

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost**

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Primjenjuje pravila za računanje s potencijama racionalnoga eksponenta.	Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa približne vrijednosti korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući pravila za računanje s potencijama.

Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnoga eksponenta.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:  
Primjer problema opisanoga potencijom racionalnoga eksponenta:  
Životinje u divljini imaju područja ograničena njihovim kretanjem, nazivamo ih njihovim teritorijalnim područjima. Teritorijalno područje, u kvadratnim miljama, povezano je s tjelesnom masom životinje. Ako je masa neke životinje  $T$  funti, teritorijalno područje zauzima  $T^{1.41}$  kvadratnih milja.  
a) Kako možemo interpretirati informaciju danu ovim algebarskim izrazom?  
b) Odredite teritorijalno područje životinje mase 25, 50, 150, 200 i 300 funti.  
c) Na kakvu promjenu ukazuju vrijednosti veze između tjelesne mase i teritorijalnoga područja životinje?  
d) Koliko je teritorijalno područje, izraženo u  $\text{km}^2$ , medvjeda mase 400 kg?  
e) Kolika je masa životinje čije je teritorijalno područje  $25 \text{ km}^2$ ?

MAT SŠ B.3.2. MAT SŠ C.3.1. Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Određuje domenu, kodomenu, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija $f(x) = a^x, f(x) = a^x + c,$ $f(x) = a^{x+c}, f(x) = b \cdot a^x,$ $f(x) = \log_a c, f(x) = \log_a(x + c),$ $f(x) = \log_a(x + c).$ Primjenjuje prirodni logaritam. Prošireni sadržaj: Crte iz povijesti – Euler, Napier.	Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju. Povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju određujući inverznu funkciju.
--	--	---

Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prirodni logaritam.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Otkrivati osnovna svojstva funkcija putem njihovih grafova. Uočavati inverznu vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije koristeći se pravcem  $y = x$ .

MAT SŠ B.3.3. MAT SŠ C.3.2. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.	Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost. Prošireni sadržaj: Crte iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice Korelacija s Kemijom i Biologijom.	U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.
--	--	---

Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.

MAT SŠ B.3.4. Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom i nejednadžbom.	Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obratno. Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe. Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.	Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe izravnom primjenom definicije.
---	--	---

Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:  
Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.

<p>MAT SŠ B.3.5. MAT SŠ C.3.3. Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.</p>	<p>Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristi se džepnim računalom. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija. Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.</p>
<p>Sadržaj: Brojevna kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija (<math>\sin x</math> i <math>\cos x</math>), odnosno koordinata točaka na osi tangensa s <math>\operatorname{tg} x</math>, osi kotangensa s <math>\operatorname{ctg} x</math>. Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se rabe pri računanju (stupnjevi, radijani).</p>		
<p>MAT SŠ B.3.6. Primjenjuje trigonometrijske identitete.</p>	<p>Računa, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija. Primjenjuje i povezuje osnovne trigonometrijske identitete, adicijske poučke, trigonometrijske funkcije dvostrukoga broja. Dokazuje trigonometrijske tvrdnje primjenom trigonometrijskih identiteta. Prošireni sadržaj: Primjenjuje formule za trigonometrijske funkcije polovičnoga broja. Korelacija s Logikom.</p>	<p>Koristi se trigonometrijskim identitetima pri rješavanju jednostavnih problema.</p>
<p>Sadržaj: Trigonometrijski identiteti, adicijski poučki, trigonometrijske funkcije dvostrukoga broja. Prošireni sadržaj: Trigonometrijske funkcije polovičnoga broja.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: U ovome je ishodu bitno da usvojene veze između trigonometrijskih funkcija, kao identitete, upotrebljavaju pri računanju i dokazivanju trigonometrijskih tvrdnji. Osnovni trigonometrijski identiteti: <math display="block">\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1, \frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x.</math> Treba povezati Pitagorin poučak s osnovnim trigonometrijskim identitetima. Jednostavni problem: Izračunajte <math>\sin x</math>, ako je <math>\cos x = -\frac{3}{5}, x \in (-\frac{\pi}{2}, -\pi).</math></p>		
<p>MAT SŠ B.3.7. MAT SŠ C.3.4. Analizira graf trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije <math display="block">f(x) = \sin x, f(x) = \cos x,</math><math display="block">f(x) = \operatorname{tg} x, f(x) = \operatorname{ctg} x,</math><math display="block">f(x) = A \sin(bx + c) + d,</math><math display="block">f(x) = A \cos(bx + c) + d,</math><math display="block">f(x) = \operatorname{Atg}(bx),</math><math display="block">f(x) = \operatorname{Actg}(bx).</math> Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Skicira grafove i određuje svojstva trigonometrijskih funkcija: <math display="block">f(x) = A \sin(bx),</math><math display="block">f(x) = A \cos(bx),</math><math display="block">f(x) = \operatorname{Atg}(bx),</math><math display="block">f(x) = \operatorname{Actg}(bx).</math></p>
<p>Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad crtanja grafova trigonometrijskih funkcija (od početka rabeći brojevnomu kružnicu, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene. No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.8. MAT SŠ C.3.5. Primjenjuje trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.</p>	<p>U problemu opisane trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Primjer problema opisane trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom: <math display="block">D(t) = D(0) - \frac{K}{24} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{365} \cdot (t - 70)\right) + 12,</math> pri čemu je <math>t</math> dan u godini (<math>t = 0</math> je 1. siječnja). Konstanta <math>K</math> određena je geografskom širinom mjesta. a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku (<math>K = 6</math>)? b) Koji dan u veljači traje 11 sati? c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji? d) Od kojega je dana u veljači dan dulji od 10 sati?</p>		

<p>MAT SŠ B.3.9.</p> <p>Primjenjuje trigonometrijske jednačbe i nejednačbe.</p>	<p>Trigonometrijske jednačbe i nejednačbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.</p>	<p>Rješava trigonometrijske jednačbe:</p> $A \sin(bx + c) + d = 0,$ $A \cos(bx + c) + d = 0,$ $A \operatorname{tg}(bx + c) + d = 0,$ $A \operatorname{ctg}(bx + c) + d = 0$ <p>i nejednačbe: primjerice</p> $\sin x < a, \cos x \leq a,$ $\operatorname{tg} x > a, \operatorname{ctg} x \geq 0,$ $A \sin(bx + c) + d \geq 0,$ $A \cos(bx + c) + d < 0,$ $A \operatorname{tg}(bx + c) + d \geq 0,$
---	---	---

Sadržaj: Trigonometrijske jednačbe i nejednačbe.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.

Primjer primjene trigonometrijske jednačbe i nejednačbe: U nekome mjestu na moru određenoga dana plima je u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora, u odnosu na uobičajenu, za vrijeme plime je 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite:

a) Koja će razina mora biti u 10 sati?

b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0?

c) U kojemu će vremenu razina mora biti veća od 4 metra?

<p>MAT SŠ C.3.6.</p> <p>MAT SŠ D.3.1.</p> <p>Primjenjuje račun s vektorima.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora.</p> <p>Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu.</p> <p>Određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora.</p> <p>Dijeli dužinu u zadanome omjeru.</p> <p>Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima.</p> <p>Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički).</p>	<p>Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu.</p> <p>Računa s vektorima (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanima na razne načine.</p>
---	---	--

Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Linearna kombinacija vektora.

<p>MAT SŠ C.3.7.</p> <p>MAT SŠ B.3.10.</p> <p>MAT SŠ D.3.2.</p> <p>MAT SŠ E.3.1.</p> <p>Primjenjuje jednačbu pravca.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednačbe i izvodi jednačbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara.</p> <p>Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje s koeficijentom smjera.</p> <p>Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima.</p> <p>Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca.</p> <p>Određuje vektor normale pravca, simetralu para pravaca.</p> <p>Modeliranje: Interpretira podatke s pomoću pravca regresije.</p> <p>Razlikuje/uočava linearni trend danih podataka.</p> <p>Dane podatke opisuje linearnom vezom, po mogućnosti uz uporabu tehnologije.)</p> <p>Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednačbe te interpretira koeficijente u jednačbi pravca.</p> <p>Udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između dvaju pravaca primjenjuje u geometrijskim zadacima.</p>
--	--	--

Sadržaj: Jednačba pravca. Kut između pravaca. Udaljenost točke od pravca. Vektor normale pravca. Simetrala para pravaca. Pravac regresije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Primjer (pravac regresije): Deset učenika bilo je upitano koliko su se sati pripremali za ispit iz matematike. Njihovi odgovori na to pitanje uspoređeni su s bodovima koje su dobili na ispitu (max 100).

$x$ (h)	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75
$y$ (bod)	57	64	59	63	74	76	79	83	85	88

a) Nacrtajte zadane podatke u koordinatnome sustavu i pravac regresije.

b) Ako se neki učenik pripremao 0.25 h, koji je njegov najvjerojatniji rezultat na ispitu?

c) Koliko se sati učenik trebao pripremati da bi ostvario maksimum na ispitu?

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

<p>MAT SŠ B.3.11.</p> <p>MAT SŠ C.3.8.</p> <p>MAT SŠ D.3.3.</p> <p>Primjenjuje jednačbu kružnice.</p>	<p>Prepoznaje jednačbu kružnice i iz nje pronalazi duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza pronalazi jednačbu kružnice.</p> <p>Određuje grafički ili računski jednačbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice.</p> <p>Iz općega oblika jednačbe kružnice izvodi središte i polumjer kružnice.</p> <p>Ispituje međusobni položaj dviju kružnica.</p>	<p>Iz jednačbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno.</p> <p>Određuje sjecišta dviju kružnica i uvjete dodira.</p>
---	--	--

Sadržaj: Jednačba kružnice.



MAT SŠ B.3.12. MAT SŠ C.3.9. Primjenjuje jednadžbu tangente kružnice.	Nabraja i opisuje odnose pravca i kružnice. Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice. Izvodi uvjet dodira pravca i kružnice. Određuje jednadžbu tangente na kružnicu iz točke kružnice i izvan kružnice. Određuje jednadžbu normale. Određuje zajedničke tangente dviju kružnica.	Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice te određuje jednadžbu tangente i normale kružnice.
Sadržaji: Međusobni položaj pravca i kružnice. Tangenta i normala na kružnicu.		
MAT SŠ B.3.13. MAT SŠ C.3.10. Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole.	Prepoznaje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednadžbu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaji: Crtice iz povijesti – čunjosječnice.	Opisuje elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.
Sadržaj: Jednadžba elipse, hiperbole i parabole.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer primjene svojstava elipse: Prvi umjetni satelit u orbiti Zemlje bio je Sputnik I. Njegova najveća udaljenost od Zemlje bila je 1080 km, a najmanja 245 km. Uz pretpostavku da je središte Zemlje fokus eliptične orbite satelita, odredite numerički ekscentricitet.		
MAT SŠ E.3.2. Odabire strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.
Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije.		

### Gimnazija Matematika 4. razred – 160 sati godišnje



Slika 21. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 160 sati godišnje

Matematika na kraju 4. razreda gimnazije učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.	Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi aksiome polja realnih brojeva. Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj. Prošireni sadržaj: Analizira prebrojivost skupova $N$ , $Z$ i $Q$ .	Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.
Sadržaj: Realni brojevi		

<p>MAT SŠ A.4.2. MAT SŠ B.4.1. Dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.</p>	<p>Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. Matematičke tvrdnje (jednakosti, djeljivost) dokazuje matematičkom indukcijom. Primjenjuje binomnu formulu. Korelacija s Logikom.</p>	<p>Opisuje postupak i nabroja korake matematičke indukcije te dokazuje jednostavne jednakosti. Primjenjuje binomnu formulu.</p>
<p>Sadržaj: Matematička indukcija. Binomna formula</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p style="text-align: center;">Dobra razina: Dokažite <math>1 + 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}</math>, <math>\forall n \in \mathbb{N}</math>.</p> <p style="text-align: center;">Vrlo dobra razina: Dokažite <math>\frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{n^2+n+2} = \frac{n}{2(n+2)}</math>, <math>\forall n \in \mathbb{N}</math>.</p> <p style="text-align: center;">Iznimna razina: Dokažite <math>3 5^n + 2^{n+1}</math>, <math>\forall n \in \mathbb{N}_0</math>.</p>		
<p>MAT SŠ A.4.3. Računa s kompleksnim brojevima.</p>	<p>Uočava potrebu proširenja skupova brojeva (N, Z, Q, R) skupom kompleksnih brojeva. Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi, potencira i korjenjuje kompleksne brojeve u odgovarajućem obliku, primjenjujući De Moivreovu formulu.</p>	<p>Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Formulu za potenciranje kompleksnoga broja u trigonometrijskome obliku treba izvesti matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.).</p>		
<p>MAT SŠ A.4.4. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računске operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike, umnoška ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Rješenja jednadžbe, primjerice <math>z^5 = 2</math>, prikazuje u Gaussovoj ravnini. Prošireni sadržaj: Otkriva fraktale i konstruira Mandelbrotov skup.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini. Uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina. Prošireni sadržaj: Fraktali.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Povezati pravokutni i polarni koordinatni sustav. Povezati zbrajanje kompleksnih brojeva sa zbrajanjem vektora, a množenje kompleksnih brojeva s rotacijom i homotetijom. U Gaussovoj ravnini prikazivati rješenja jednadžbi i nejednadžbi. Na primjer, <math>z^5 = 2</math>, <math> z + 2 - i  &lt; 3</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.2. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz i red.</p>	<p>Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih <math>n</math> članova niza, računa zbroj geometrijskoga reda. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza i geometrijskoga reda, osobito složeni kamatni račun.</p>	<p>Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekurzivno ili općim članom.</p>
<p>Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih <math>n</math> članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Formulu za zbroj (sumu) prvih <math>n</math> prirodnih brojeva dokazati matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.). Formula za zbroj beskonačnoga reda izvodi se primjenjujući limes niza (ishod B.4.3.). Zbroj beskonačnoga geometrijskog reda treba predstaviti u problemima određivanja zapisa beskonačnoga periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka i Zenonovim paradoksom o Ahileju i kornjači, a kasnije primijeniti na geometrijske zadatke. Primjer 1 (Zenon i kornjača): Kornjača se nalazi 10 stadija (1 stadij <math>\approx</math> 192 metra) ispred Ahileja. Dok Ahilej pretrči 10 stadija, kornjača pretrči jedan stadij. Hoće li Ahilej ikad preći kornjaču? Primjer 2: Koristeći se zbrojem geometrijskoga reda, broj 2.35353535... zapišite u obliku razlomka. Primjer 3: Nad visinom jednakostraničnoga trokuta konstruiran je jednakostranični trokut, nad visinom toga novog jednakostraničnog trokuta konstruiran je jednakostranični trokut... Postupak se beskonačno ponavlja. Koliki je zbroj površina svih tako dobivenih trokuta? U okviru ovoga ishoda obraditi složeni kamatni račun koji je povezan s geometrijskim nizom. Primjer 4: Ivan je oročio 20 000 kuna. S koliko će novca Ivan raspolagati nakon deset godina ako je kamatna stopa 6 %? Nakon koliko će godina Ivan raspolagati dvostruko većom svotom ako je kamatna stopa 6 %? Kolika bi trebala biti kamatna stopa ako Ivan nakon pet godina želi raspolagati svotom od 32 210 kuna?</p>		
<p>MAT SŠ B.4.3. Primjenjuje definiciju i svojstva limesa niza.</p>	<p>Opisuje pojam limesa niza, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Računa limes niza i primjenjuje na problemskim zadacima, primjerice pri neprekidnome ukamačivanju.</p>	<p>Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te ih povezuje s konvergencijom niza.</p>

Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza.		
MAT SŠ B.4.4. Analizira svojstva funkcija.	Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost) funkcije, asimptote. Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije. Određuje svojstva funkcije zadane različitim zapisima.	Određuje svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.
Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Graf funkcije.		
MAT SŠ B.4.5. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno onu koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije. Povezuje limes funkcije s pojmom asimptote.	Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
Sadržaj: Limes funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.		
MAT SŠ B.4.6. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.	Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu). Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki. Korelacija s Kemijom.	Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.		
MAT SŠ B.4.7. Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim zadacima.	Izvodi derivaciju po definiciji, navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i kvocijenta. Određuje derivaciju složene funkcije. Određuje tangentu na graf funkcije. Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom.	Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.
Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Derivacija složene funkcije. Primjena derivacija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka: Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon $t$ minuta iznosi $V = 200(50 - t)^2 \text{ m}^3$ Odredite: a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta b) trenutnu brzinu istjecanja vode u $t = 5$ minuta.		
MAT SŠ B.4.8. Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.	Određuje domenu, nultočke, stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije, konveksnost/konkavnost, ekstreme, asimptote. Određuje tijek funkcije i crta graf.	Skicira graf funkcije temeljem svojstava određenih s pomoću derivacije funkcije.
Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstremi, zakrivljenost). Asimptote. Tijek funkcije. Primjena derivacije funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije s pomoću programa dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.		
MAT SŠ B.4.9. Računa neodređeni integral.	Računa neodređeni integral rabeći osnovna svojstva i tablicu neodređenih integrala. Primjenjuje metodu supstitucije u računanju integrala.	Računa neodređeni integral u jednostavnim situacijama.
Sadržaj: Neodređeni integral. Metode supstitucije		
MAT SŠ B.4.10. Primjenjuje integral u problemskim zadacima.	Računa određeni integral rabeći Newton-Leibnizovu formulu. Određuje površinu ispod grafa funkcije i obujam rotacijskoga tijela s pomoću integrala. Primjenjuje integrale u rješavanju problema iz matematike i fizike.	Računa određeni integral za određivanje površine u složenim situacijama.
Sadržaj: Određeni integral. Newton-Leibnizova formula. Primjena integrala za određivanje površine ispod grafa funkcije i obujma rotacijskoga tijela. Primjena integrala u rješavanju problema iz matematike i fizike.		
MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te s pomoću Vennovih dijagrama. Crta vjerojatnosno stablo. Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Razlikuje zavisne i nezavisne događaje. Korelacija s Logikom i Kemijom.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Provoditi jednostavne pokuse, primjerce bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Povezati De Morganove zakone s predmetom logika. Računati uvjetne vjerojatnosti i vjerojatnost umnoška događaja.		

Koristiti se vjerojatnosnim stablom.

Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu. Shematski prikaz rješavanja ovoga zadatka nalazi se u prilogu.



<p>MAT SŠ E.4.2. Interpretira formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu.</p>	<p>Računa uvjetnu vjerojatnost. Crta vjerojatnosno stablo, određuje hipoteze, primjenjuje formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu. Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Računa uvjetnu vjerojatnost i određuje vjerojatnosni prostor.</p>
<p>Sadržaj: Uvjetna vjerojatnost. Formula potpune vjerojatnosti i Bayesova formulu.</p>		

## Gimnazija Matematika 1. razred – 210 sati godišnje



Slika 22. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u devetoj godini učenja, 210 sati godišnje

### Matematika na kraju 1. razreda gimnazije učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
<p>MAT SŠ A.1.1. MAT SŠ B.1.1. Primjenjuje potencije s cjelobrojnim eksponentima.</p>	<p>Računa vrijednosti brojevnikih izraza s potencijama poštujući redoslijed računskih operacija. Navodi i objašnjava pravila za zbrajanje, množenje, dijeljenje i potenciranje potencija, primjenjuje ih za pojednostavnjivanje izraza te povezuje s problemima iz drugih područja i života. Zaokružuje na značajne znamenke. Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Računa vrijednosti jednostavnih brojevnikih izraza s potencijama te primjenjuje potencije za prikaz broja u znanstvenome zapisu.</p>
<p>Sadržaj: Potencije. Računske operacije s potencijama. Znanstveni zapis broja.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka: Zemlji najbliža zvijezda Proxima Centauri udaljena je od Sunca 4.3 svjetlosne godine. Koliko iznosi ta udaljenost u kilometrima? Rezultat zapišite u znanstvenome obliku i zaokružite na tri decimale. Napomena: Svjetlosna godina udaljenost je koju svjetlost prijeđe u godini dana. Brzina je svjetlosti približno <math>3 \cdot 10^8</math> metara u sekundi, a godina ima 365 dana.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.2. Računa s algebarskim izrazima i algebarskim razlomcima.</p>	<p>Za zadani izraz računa konkretne vrijednosti, pojednostavnjuje izraz, primjenjuje formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova, faktorizira izraze. Krati, množi, dijeli i zbraja algebarske razlomke.</p>	<p>Zbraja, množi i rastavlja na faktore jednostavne algebarske izraze, kvadrira i kubira binome. Množi i dijeli algebarske razlomke.</p>
<p>Sadržaj: Algebarski izrazi i algebarski razlomci. Formule za kvadrat i kub binoma, razliku kvadrata, zbroj i razliku kubova. Rastav na faktore.</p>		

<p>MAT SŠ B.1.3.</p> <p>Primjenjuje proporcionalnost, postotke, linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi.</p>	<p>Primjenjuje postotni račun za obračun poreza, carine, promjene cijena, opise udjela i druge probleme iz života.</p> <p>Primjenjuje omjere, račun diobe i proporcionalnost u primjerima iz života.</p> <p>Rješava tekstualne zadatke iz matematike, drugih područja i života.</p> <p>Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi određujući postojanje rješenja.</p> <p>Izražava jednu veličinu s pomoću drugih primjenjujući svojstva jednakosti.</p> <p>Diskutira postojanje rješenja jednadžbe ovisno o parametru.</p> <p>Rješava jednostavne linearne jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>	<p>Rješava linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi te prepoznaje i obrazlaže nemoguće i neodređene linearne jednadžbe i sustave linearnih jednadžbi. U jednakosti izražava jednu veličinu s pomoću drugih.</p>
<p>Sadržaj: Linearne jednadžbe. Jednadžbe s parametrom. Proporcionalne veličine. Postotci. Problemi 1. stupnja. Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama. Jednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.4.</p> <p>Primjenjuje diofantske jednadžbe.</p>	<p>Rješava homogene i linearne diofantske jednadžbe.</p> <p>Rješava nelinearnu diofantsku jednadžbu prikladnom metodom (umnoška, kvocijenta, parnosti...).</p> <p>Probleme iz matematike i stvarnoga konteksta zapisuje i rješava diofantskim jednadžbama.</p>	<p>Rješava linearne diofantske jednadžbe.</p>
<p>Sadržaj: Diofantske jednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Primjer zadatka: Odredite koeficijente pojedinih kemijskih tvari koje sudjeluju u reakciji:</p>		
<p>MAT SŠ B.1.5.</p> <p>Primjenjuje linearne nejednadžbe.</p>	<p>Rješava linearne nejednadžbe i sustave linearnih nejednadžbi te rješenje zapisuje s pomoću intervala.</p> <p>Primjenjuje linearne nejednadžbe u problemskim situacijama.</p> <p>Rješava jednostavne linearne nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>	<p>Rješava linearne nejednadžbe zapisujući rješenje na različite načine.</p>
<p>Sadržaj: Linearne nejednadžbe i sustavi linearnih nejednadžbi s jednom nepoznicom. Linearne nejednadžbe s apsolutnom vrijednošću.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Primjer: Antropolozi i forenzičari klasificiraju lubanju koristeći se izrazom: <math>\frac{c+80d}{d} - \frac{d-40c}{d}</math> u kojemu je <math>d</math> duljina lubanje, a <math>s</math> širina.</p> <p>a) Izrazite klasifikaciju kao jedan racionalni izraz.</p> <p>b) Ako je vrijednost racionalnoga izraza (a) manja od 75, po klasifikaciji lubanja je dugačka. Srednja lubanja je između 75 i 80. Koristeći se racionalnim izrazom iz a), klasificirajte lubanju širine 5 inča i duljine 6 inča.</p> <p>c) Ovisi li vrijednost izraza o mjernim jedinicama u kojima je izražena duljina i širina lubanje? Zašto?</p> <p>d) Kolika je širina lubanje duge 16 cm ako je klasificirana kao srednja?</p>		
<p>MAT SŠ B.1.6.</p> <p>Primjenjuje nejednakosti.</p>	<p>Razlikuje aritmetičku, geometrijsku, harmonijsku i kvadratnu sredinu i zapisuje veze među njima.</p> <p>Primjenjuje razne metode u dokazivanju nejednakosti.</p> <p>Problemski zadatak modelira s pomoću nejednakosti i analizira rješenje.</p>	<p>Razlikuje aritmetičku, geometrijsku, harmonijsku i kvadratnu sredinu te dokazuje jednostavne nejednakosti.</p>
<p>Sadržaj: Aritmetička, geometrijska, harmonijska i kvadratna sredina. Nejednakosti.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Primjer problemskoga zadatka: Biciklist je od mjesta A do mjesta B vozio prosječnom brzinom <math>v_1</math> km/h i odmah nastavio put natrag do mjesta A prosječnom brzinom <math>v_2</math> km/h, <math>v_1 &lt; v_2</math>. Dokažite da je prosječna brzina na cijelome putu manja od <math>\sqrt{v_1 v_2}</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.7.</p> <p>MAT SŠ D.1.1.</p> <p>Povezuje različite prikaze linearne funkcije.</p>	<p>Zadanu linearnu funkciju prikazuje tablično i grafički.</p> <p>Opisuje utjecaj koeficijenata na položaj grafa, definira i određuje nultočku.</p> <p>Iz grafa čita argumente i vrijednosti te određuje koeficijente i funkciju, iz zadanih elemenata (argumenta i vrijednosti, točke grafa, koeficijenta) određuje funkciju.</p> <p>Crta graf funkcije apsolutne vrijednosti.</p>	<p>Za zadanu linearnu funkciju računa vrijednosti funkcije, crta graf, određuje nultočku i interpretira koeficijente.</p>
<p>Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije. Graf funkcije apsolutno.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Za istraživanje svojstava funkcija, crtanje grafova i provjeru rješenja rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate.</p>		
<p>MAT SŠ B.1.8.</p> <p>Primjenjuje linearnu funkciju pri rješavanju problema.</p>	<p>U problemskim situacijama prepoznaje linearnu ovisnost, zapisuje ju kao linearnu funkciju te primjenjuje za analizu problema.</p> <p>Analizira problem iz grafičkoga prikaza.</p>	<p>Iz zadanih podataka linearnu ovisnost zapisuje kao linearnu funkciju.</p>
<p>Sadržaj: Linearna funkcija. Graf linearne funkcije.</p>		

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka otvorenoga tipa:		
		Osmislite zadatak koji je prikazan zadanim grafom. Napišite neka pitanja koja možete postaviti na osnovi podataka vidljivih na grafu, a povezano sa zadatkom. Odgovorite na ta pitanja.
MAT SŠ B.1.9 Prikazuje operacije sa skupovima i rješenja nejednadžbi s pomoću intervala.	Nejednakosti zapisuje s pomoću intervala i obratno te prikazuje na brojevnome pravcu. Primjenjuje i prikazuje podskup, uniju, presjek i razliku podskupova skupa realnih brojeva zapisujući ih matematičkim simbolima.	Prikazuje intervale na brojevnome pravcu i zapisuje simbolima i s pomoću nejednakosti. Određuje i prikazuje presjek i uniju skupova.
Sadržaj: Skupovi. Operacije sa skupovima. Brojevni pravac. Intervali.		
MAT SŠ C.1.1. Konstruira i analizira položaj karakterističnih točaka trokuta.	Definira i konstruira simetralu dužine, simetralu kuta, visinu i težišnicu te karakteristične točke trokuta. Uočava svojstva težišta. Analizira položaj karakterističnih točaka ovisno o vrsti trokuta. Otkriva Eulerov pravac. Otkriva formule za površinu trokuta sa zadanim polumjerom upisane i opisane kružnice. Crtice iz povijesti – Euler.	Opisuje i konstruira simetralu dužine, težišnicu i težište trokuta te definira i konstruira središte trokutu opisane kružnice.
Sadržaj: Karakteristične točke trokuta. Površina trokuta. Eulerov pravac.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom.		
MAT SŠ C.1.2. MAT SŠ D.1.2. Primjenjuje Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.	Izriče i ilustrira teoreme o sukladnosti i sličnosti trokuta te Talesov teorem o proporcionalnosti dužina, primjenjuje ih u modeliranju problema. Određuje, obrazlaže i primjenjuje odnose površina, opsega i drugih veličina u sličnim trokutima. Primjenjuje Heronovu formulu pri računanju površine trokuta.. Rješavajući primjere zadataka, upoznaje povijest matematike . Rješava probleme koristeći se Euklidovim poučkom o pravokutnome trokutu. Dokazuje tvrdnje rabeći poučke o sukladnosti i sličnosti. Crtice iz povijesti – Tales, Euler, Heron, Pitagora.	Rješava jednostavne probleme rabeći Talesov poučak o proporcionalnosti dužina i sličnost trokuta.
Sadržaj: Sukladnost trokuta. Talesov poučak o proporcionalnosti dužina. Sličnost trokuta. Primjene sukladnosti i sličnosti. Euklidov poučak o pravokutnome trokutu.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za konstrukcije, istraživanje svojstava i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom.		
MAT SŠ D.1.3. Primjenjuje trigonometrijske omjere.	Primjenjuje trigonometrijske omjere pri modeliranju problemskih situacija i rješavanju problema u planimetriji (trokut, kvadrat, pravokutnik, paralelogram, romb, trapez, mnogokut, deltoid).	Primjenjuje trigonometrijske omjere za određivanje nepoznatih veličina u pravokutniku, jednakokračnome i jednakostraničnome trokutu.
Sadržaj: Trigonometrijski omjeri. Primjena trigonometrijskih omjera u planimetriji.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Za istraživanje i crtanje rabiti programe dinamične geometrije te ostale primjerene i dostupne interaktivne računalne programe i alate. Ishod se može ostvariti seminarskim radom. Kao primjenu uvesti trigonometriju u navigaciji i mjeriteljstvu – kut azimut: kružno i kvadrantalno. Primjer zadatka: Avion je poletio brzinom od 215 km na sat u smjeru $65^\circ 24'$ . U istome je trenutku iz iste zračne luke poletio drugi avion brzinom od 480 km na sat u smjeru $335^\circ 24'$ . Odredite udaljenost aviona nakon 2 sata leta.		
MAT SŠ E.1.1. Barta podatcima prikazanima na različite načine.	Prikazuje podatke tablično, stupčastim dijagramom, histogramom, dijagramom stablo – list, linijskim dijagramom. Određuje srednje vrijednosti: mod, medijan, donji i gornji kvartil te standardnu devijaciju. Crta brkatu kutiju.	Prikuplja, organizira i grafički prikazuje podatke te određuje i interpretira srednje vrijednosti.
Sadržaj: Prikaz podataka. Mjere srednje vrijednosti.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Prikazivanje mjera dijagramom brkate kutije omogućuje lakšu interpretaciju tih mjera i lakšu usporedbu više skupova istovrsnih podataka. Primjer: Mjerenjem mase petnaest bjeloglavih supova dobiveni su sljedeći podatci o masama jedinki: 7.5, 7.8, 9.1, 9.3, 9.1, 8.2, 7.5, 7.5, 7.3, 8.2, 8.3, 8.8, 9.8, 7.3, 9.7. Odredite statističke parametre (aritmetičku sredinu, mod, medijan, donji i gornji kvartil, standardnu devijaciju). Objasnite značenje standardne devijacije na primjeru toga uzorka bjeloglavih supova. Prikažite statističke parametre toga uzorka dijagramom brkate kutije.		

MAT SŠ E.1.2. Primjenjuje normalnu razdiobu.	Crta krivulju normalne razdiobe, opisuje razdiobu podataka ispod krivulje, rješava probleme s normalnom razdiobom.	Opisuje i grafički prikazuje normalnu razdiobu. Rješava zadatak uz zadanu aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju.
Sadržaj: Krivulja normalne razdiobe.		

## Gimnazija Matematika 2. razred – 210 sati godišnje



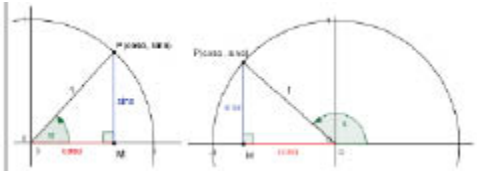
Slika 23. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u desetoj godini učenja, 210 sati godišnje

### Matematika na kraju 2. razreda gimnazije učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.2.1. Računa s drugim i trećim korijenom	<p>Procjenjuje i računa vrijednost drugoga i trećega korijena služeći se džepnim računalom.</p> <p>Računa s izrazima s drugim i trećim korijenom poštujući redoslijed računskih operacija.</p> <p>Kvadrira i kubira binom s drugim i trećim korijenom, kvadrira trinom s drugim korijenom.</p> <p>Djelomično korjenjuje izraz.</p> <p>Racionalizira nazivnik razlomka.</p> <p>Prošireni sadržaj: Dokazuje da je <math>\sqrt{2}</math> iracionalni broj.</p>	<p>Procjenjuje i računa približnu vrijednost drugoga i trećega korijena nenegativnoga broja, a drugi korijen negativnoga broja prikazuje s pomoću imaginarne jedinice.</p>
Sadržaj: Drugi i treći korijen. Djelomično korjenovanje. Racionalizacija nazivnika. Imaginarna jedinica.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Računati vrijednost nenegativnoga korijena služeći se džepnim računalom. Uvodi se imaginarna jedinica $i^2 = -1$ i primjenjuje kao u primjeru $\sqrt{-16} = \sqrt{i^2 \cdot 16} = 4i$ .		
MAT SŠ A.2.2. MAT SŠ B.2.1. Primjenjuje matrice i determinante.	<p>Opisuje matricu te navodi primjere matrica, uključujući nulmatricu, jediničnu matricu, kvadratnu matricu, gornjotrokutastu i donjotrokutastu matricu.</p> <p>Sustav linearnih jednadžbi rješava Gauss-Jordanovom ili Cramerovom metodom.</p> <p>Analizira i utvrđuje postojanje rješenja sustava linearnih jednadžbi uz primjereno objašnjenje.</p> <p>Prošireni sadržaj: Analizira i primjenjuje svojstva determinante, određuje inverznu matricu, rješava jednostavne matrične jednadžbe.</p>	<p>Zbraja i množi matrice te množi matricu realnim brojem.</p> <p>Računa determinantu matrice drugoga i trećega reda.</p>
Sadržaj. Matrice i determinante. Primjena na sustave linearnih jednadžbi. Prošireni sadržaj: Svojstva determinante. Inverzna matrica. Jednostavne matrične jednadžbe.		

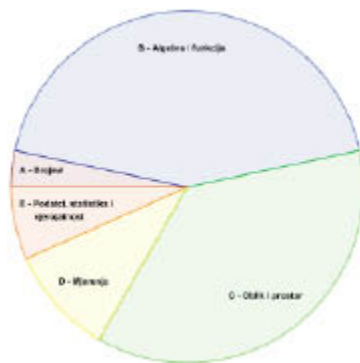
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Analizirati postojanje rješenja.          Primjer: Za koju će vrijednost realnoga parametra <math>m</math> sustav linearnih jednadžbi  <math>2mx + y + 2mz = 2, x - my + z = 6, 3x + 3y - z = 12</math> imati jedinstveno rješenje?          Prošireni sadržaj:          Determinantu matrice višega reda računati primjenjujući svojstva determinante svodeći matricu na gornjotrokutastu ili donjotrokutastu. Odrediti inverznu matricu.          Rješavati jednostavne matricne jednadžbe.</p>		
<p>MAT SŠ B.2.2.          Rješava i primjenjuje kvadratnu jednadžbu.</p>	<p>Odabire metodu i rješava kvadratne jednadžbe s realnim ili općim koeficijentima.          Rješava kvadratne jednadžbe s općim koeficijentima.          Faktorizira trinom.          Rješava jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu.          Modelira problemsku situaciju te određuje rješenja.          Korelacija s Fizikom i Informatikom.</p>	<p>Učinkovito rješava kvadratnu jednadžbu i provjerava rješenja.</p>
<p>Sadržaj: Kvadratna jednadžba. Jednadžbe koje se svode na kvadratnu.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Rješavati kvadratnu jednadžbu s općim koeficijentima.          Primjer: Riješite jednadžbu <math>x^2 + (b + 3a)x + 3a^2 - 2b^2 + 3ab = 0</math>.          Jednadžbe koje se svode na kvadratnu jednadžbu bikvadratne su jednadžbe, sustavi koji se svode na kvadratnu jednadžbu, jednadžbe s algebarskim razlomcima i iracionalne jednadžbe oblika <math>\sqrt{ax + b} = cx + d</math>.</p>		
<p>MAT SŠ A.2.3.          MAT SŠ B.2.3.          Primjenjuje diskriminantu kvadratne jednadžbe i Viëteove formule.</p>	<p>Određuje diskriminantu kvadratne jednadžbe.          Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.          Primjenjuje Viëteove formule i diskriminantu u složenijim zadacima određivanja koeficijenata.</p>	<p>Argumentira prirodu rješenja kvadratne jednadžbe.</p>
<p>Sadržaj: Diskriminanta kvadratne jednadžbe. Viëteove formule.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Zadovoljavajuća razina: Ne rješavajući jednadžbu <math>x^2 + 5x + 6 = 0</math>, komentirajte prirodu rješenja.          Dobra razina: Za koje vrijednosti realnoga parametra <math>m</math> jednadžba <math>x^2 + mx + 6 = 0</math> ima realna rješenja?          Primjena Viëteovih formula:          Primjer: Bez određivanja rješenja kvadratne jednadžbe <math>4x^2 - 3x + 2 = 0</math> odredite:          a) <math>x_1^2 + x_2^2</math>          b) <math>\frac{1}{x_1^4} + \frac{1}{x_2^4}</math>          c) jednadžbu čija su rješenja recipročne vrijednosti rješenja zadane jednadžbe          d) koliki bi trebao biti linearni koeficijent da bi rješenja bila suprotnoga predznaka.          Primjena diskriminante u složenijim zadacima:          Za koje vrijednosti realnoga parametra <math>m</math> jednadžba <math>m(x + 1)^2 = x(m - 1)</math> nema realna rješenja?</p>		
<p>MAT SŠ B.2.4.          Analizira funkciju.</p>	<p>Računa funkcijsku vrijednost zadane funkcije uvrštavanjem broja ili algebarskoga izraza.          Određuje funkciju iz zadane funkcijske vrijednosti algebarskoga izraza.          Određuje kompoziciju funkcija. Računski određuje domenu racionalnih i iracionalnih funkcija.          Određuje sliku funkcije za linearnu i kvadratnu funkciju.          Daje primjere bijekcija.</p>	<p>Računa funkcijsku vrijednost polinomne, racionalne i iracionalne funkcije te definira pojam funkcije.          Određuje kompoziciju funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Pojam funkcije. Domena, kodomena i slika funkcije. Kompozicija funkcija. Bijekcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:          Odrediti funkcijsku vrijednost funkcije uvrštavanjem brojanoga ili algebarskoga izraza. Odrediti kompoziciju funkcija.          Primjer: Odredite  <math>(f \circ g)(x), (g \circ f)(x) \text{ i } (f \circ g \circ f)(x), \text{ ako je } f(x) = x^2 - x + 3 \text{ i } g(x) = x + 2.</math>          Odrediti funkciju iz zadane funkcijske vrijednosti algebarskoga izraza.          Primjer: Odredite <math>f(x)</math>, ako je <math>f(x + 1) = x^2 + x - 1</math>.          Definirati bijekciju i dati primjer na skupovima prikazanima Vennovim dijagramima.          Sliku funkcije određivati računski samo za linearne i kvadratne funkcije.          Racionalne funkcije u brojniku i nazivniku imaju polinom maksimalno drugoga stupnja. Iracionalne funkcije pod korijenom imaju polinom maksimalno drugoga stupnja.          Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.</p>		



<p>MAT SŠ B.2.5. MAT SŠ C.2.1. Analizira grafički prikaz funkcije.</p>	<p>Očitavi prikaz funkcije: <math>f(x) = \frac{1}{2}</math> <math>f(x) = \sqrt{x}</math>.</p> <p>Na danome grafu funkcije određuje domenu, kodomenu, sliku funkcije te utvrđuje i objašnjava bijektivnost. Skicira inverznu funkciju.</p>	<p>Grafički prikazuje funkcije te na grafičkome prikazu određuje domenu, kodomenu i sliku funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Pojam funkcije. Grafički prikaz funkcije. Graf inverzne funkcije.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Grafički prikazati funkciju <math>f(x) = \frac{1}{2}</math> i <math>f(x) = \sqrt{x}</math> i određujući funkcijsku vrijednost za neke vrijednosti varijable . Inverznu funkciju skicirati preslikavajući funkciju preko pravca <math>y = x</math>. Primjer: Za dani graf kvadratne funkcije odredite domenu funkcije i sliku funkcije. Je li funkcija injektivna, surjektivna, bijektivna? Ako je moguće, skicirajte graf inverzne funkcije. Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.</p>		
<p>MAT SŠ B.2.6. MAT SŠ C.2.2. Primjenjuje kvadratnu funkciju.</p>	<p>Određuje nultočke, sjecište s ordinatom, tjeme, os simetrije, tijek funkcije. Grafički prikazuje kvadratnu funkciju. Očitava točke s grafa funkcije. Objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu. Određivanje funkcije iz grafa. Rješava kvadratne i racionalne nejednadžbe.</p>	<p>Grafički prikazuje kvadratnu funkciju i objašnjava oblik kvadratne funkcije u ovisnosti o diskriminanti i vodećemu koeficijentu.</p>
<p>Sadržaj: Kvadratna funkcija. Grafički prikaz kvadratne funkcije. Tjeme i nultočke. Kvadratne i iracionalne nejednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Grafički prikazati funkciju oblika <math>f(x) = a(x - x_T)^2 + y_T</math> translacijom i funkciju oblika <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> metodom pet točaka (nultočke, tjeme, sjecište s ordinatom, preslikavanje sjecišta s ordinatom preko osi simetrije). Problemska situacija uključuje probleme s ekstremima te određivanje sjecišta kvadratne i linearne funkcije. Primjer: Praćenjem prodaje nekoga proizvoda ustanovljeno je da se prodaja može opisati kvadratnom funkcijom <math>f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 180</math>, gdje je cijena proizvoda, a <math>f(x)</math> broj prodanih komada proizvoda po cijeni <math>x</math>. Koliko će proizvoda trgovac prodati ako je cijena 30 kuna? Koliko će pritom trgovac zaraditi? Za koju je cijenu prodaja toga proizvoda isplativa? Kolika mora biti cijena ako trgovac želi prodati više od 45 komada toga proizvoda? Za koju će cijenu prodaja toga proizvoda biti maksimalna? Koliko će pritom trgovac zaraditi? Isplati li se taj proizvod prodavati po cijeni od 15 kuna? Primjeri racionalne nejednadžbe: <math>\frac{2-x}{x^2-3x+4} &lt; 0</math>, <math>\frac{2-x+x^2}{4-2x-x^2}</math>.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.3. MAT SŠ D.2.1. Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu.</p>	<p>Povezuje trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu s koordinatama točke na kružnici. Primjenjuje poučak o sinusima, uočava mogućnost i nalazi dva rješenja. Primjenjuje poučak o kosinusu. Računa površinu proizvoljnoga trokuta. Primjenjuje poučke u planimetriji, stereometriji i problemskim zadacima.</p>	<p>Primjenjuje poučak o sinusima i poučak o kosinusu u planimetriji.</p>
<p>Sadržaj: Poučak o sinusima i poučak o kosinusu. Primjena u planimetriji i stereometriji.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Vrijednosti sinusa i kosinusa za kutove od <math>90^\circ</math> do <math>180^\circ</math> uvode se na sljedeći način:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Primjer zadatka za zadovoljavajuću razinu: Odredite nepoznate stranice i kutove trokuta te površinu trokuta ako je <math>a = 5</math> cm, <math>b = 8.2</math> cm, <math>\gamma = 57^\circ</math>. Izostaviti zadatke u kojima se primjenjuju adicijske formule.</p>		
<p>MAT SŠ C.2.4. MAT SŠ D.2.2. Primjenjuje znanja o kružnici i krugu.</p>	<p>Opisuje elemente kružnice i kruga te ih prikazuje u ravnini. Konstruira tangentu na kružnicu. Primjenjuje poučak o obodnome i središnjemu kutu pri dokazu Talesova poučka. S pomoću proporcionalnosti izvodi formule za duljinu kružnoga luka, površinu kružnoga isječka i površinu kružnoga odsječka. Povezuje duljinu kružnoga luka s radijanskom mjerom kuta.</p>	<p>Iz zadanih elemenata računa elemente kružnice i kruga te konstruira tangentu na kružnicu.</p>
<p>Sadržaj: Kružnica i krug. Kružni luk, kružni isječak i odsječak. Poučak o obodnome i središnjemu kutu. Radijanska mjera kuta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati, obrazlagati i dokazivati formule.</p>		

MAT SŠ C.2.5. MAT SŠ D.2.3. Analizira položaj pravaca i ravnina u prostoru te računa udaljenost i mjeru kuta.	Razlikuje točku, pravac, ravninu te analizira i objašnjava međusobne položaje. Određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta. Računa udaljenosti točaka do pravaca i ravnina te udaljenost pravaca i ravnina. Računa mjeru kuta između dvaju pravaca, pravca i ravnine, dviju ravnina.	Objašnjava međusobne položaje točaka, pravaca i ravnina te određuje ortogonalnu projekciju geometrijskoga objekta.
Sadržaj: Geometrija prostora. Ortogonalna projekcija.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se modelima, mrežama ili skicama geometrijskih tijela. Pri određivanju udaljenosti primjenjivati dosad stečena znanja (Pitagorin poučak, trigonometrijski omjeri...). Obraditi nakon poučka o sinusima i poučka o kosinusu.		
MAT SŠ C.2.6. MAT SŠ D.2.4. Računa volumen i oplošje geometrijskih tijela.	Prepoznaje, opisuje i skicira prizmu, piramidu, valjak, stožac i kuglu. Računa elemente (duljine bridova, volumen, oplošje, polumjer baze...) uspravnih i kosih prizmi, valjaka, piramide, stožaca te kugle i rotacijskih tijela. Računa elemente krnjih tijela. Prošireni sadržaj: Prepoznaje i opisuje Platonova i Arhimedova tijela.	Računa volumen i oplošje prizme, piramide, valjka, stošca, kugle i dijelova kugle rabeći zadane elemente i obratno.
Sadržaj: Geometrijska tijela. Oplošje i volumen uspravnih, kosih i krnjih geometrijskih tijela. Rotacijska tijela. Prošireni sadržaj: Arhimedova tijela. Platonova tijela.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Otkrivati formule za volumen prelijevajući vodu (ili presipavajući rižu, pijesak...) iz šuplje piramide/stošca u šuplju prizmu/valjak sukladnih baza i jednake visine. Izvesti dokaz da je omjer volumena piramide i prizme jednakih visina i površina osnovica jednak 1 : 3.		
MAT SŠ E.2.1. Primjenjuje vjerojatnost.	Opisuje siguran i nemoguć događaj. Primjenjuje algebru događaja (unija, presjek, komplement) za određivanje vjerojatnosti. Određuje geometrijsku vjerojatnost.	Određuje skup svih povoljnih i mogućih događaja te primjenjuje klasičnu definiciju vjerojatnosti.
Sadržaj: Događaji. Vjerojatnost događaja. Klasična definicija vjerojatnosti. Geometrijska vjerojatnost.		

### Gimnazija Matematika 3. razred – 210 sati godišnje



Slika 24. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u jedanaestojjedanaesto godini učenja, 210 sati godišnje

Matematika na kraju 3. razreda gimnazije učenik:		
Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.3.1. MAT SŠ B.3.1. Primjenjuje pravila za računanje s potencijama racionalnoga eksponenta i trećim korijenom.	Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno. Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega. Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.	Računa vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući pravila za računanje s potencijama.
Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnoga eksponenta.		

<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Primjer problema opisanoga potencijom racionalnoga eksponenta:</p> <p>Životinje u divljini imaju područja ograničena njihovim kretanjem, nazivamo ih njihovim teritorijalnim područjima. Teritorijalno područje, u kvadratnim miljama, povezano je s tjelesnom masom životinje. Ako je masa neke životinje <math>T</math> funti, teritorijalno područje zauzima <math>T^{1.41}</math> kvadratnih milja.</p> <p>a) Kako možemo interpretirati informaciju danu ovim algebarskim izrazom?</p> <p>b) Odredite teritorijalno područje životinje mase 25, 50, 150, 200 i 300 funti.</p> <p>c) Na kakvu promjenu ukazuju vrijednosti veze između tjelesne mase i teritorijalnoga područja životinje?</p> <p>d) Koliko je teritorijalno područje, izraženo u <math>\text{km}^2</math>, medvjeda mase 400 kg?</p> <p>e) Kolika je masa životinje čije je teritorijalno područje <math>25 \text{ km}^2</math>?</p>		
<p>MAT SŠ B.3.2.</p> <p>MAT SŠ C.3.1.</p> <p>Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.</p>	<p>Određuje domenu, kodomenu, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija</p> $f(x) = a^x, f(x) = a^x + c.$ $f(x) = a^{x+c}, f(x) = a \cdot a^x.$ $f(x) = \log_a x, f(x) = \log_a x + c.$ $f(x) = \log_a(x+c).$ <p>Primjenjuje prirodni logaritam.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Crtice iz povijesti -: Euler, Napier.</p>	<p>Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju.</p> <p>Povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju određujući inverznu funkciju.</p>
<p>Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prirodni logaritam</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Otkrivati osnovna svojstva funkcija putem njihovih grafova. Uočavati inverznu vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije koristeći se pravcem <math>y = x</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.3.</p> <p>MAT SŠ C.3.2.</p> <p>Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.</p>	<p>Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Crtice iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice.</p> <p>Korelacija s Kemijom i Biologijom.</p>	<p>U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.</p> <p>Prošireni sadržaj: Briggsove i Napierove logaritamske tablice.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.4.</p> <p>Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom i nejednadžbom.</p>	<p>Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obratno.</p> <p>Rješava jednostavne eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe.</p> <p>Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.</p>	<p>Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe izravnom primjenom definicije.</p>
<p>Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.5.</p> <p>MAT SŠ C.3.3.</p> <p>Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.</p>	<p>Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Koristi se džepnim računalom.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.</p>
<p>Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.</p> <p>Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija (<math>\sin x</math> i <math>\cos x</math>, odnosno koordinata točaka na osi tangensa s <math>tg x</math>, osi kotangensa s <math>ctg x</math>). Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Koristiti se džepnim računalom. Upozoriti na mjere koje se rabe pri računanju (stupnjevi, radijani).</p>		
<p>MAT SŠ B.3.6.</p> <p>Primjenjuje trigonometrijske identitete.</p>	<p>Računa, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Primjenjuje i povezuje osnovne trigonometrijske identitete, adicijske poučke, funkcije dvostrukoga broja, funkcije polovičnoga broja.</p> <p>Dokazuje trigonometrijske tvrdnje primjenom trigonometrijskih identiteta.</p> <p>Prošireni sadržaj:</p> <p>Prelazi iz umnoška trigonometrijskih funkcija u zbroj i obratno.</p> <p>Korelacija s Logikom.</p>	<p>Koristi se trigonometrijskim identitetima u rješavanju jednostavnih problema.</p>

<p>Sadržaj: Trigonometrijski identiteti, adicijski poučci, trigonometrijske funkcije dvostrukoga broja, funkcije polovičnoga broja.</p> <p>Prošireni sadržaj: Prijelaz iz umnoška trigonometrijskih funkcija u zbroj i obratno.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>U ovome je ishodu bitno da usvojene veze među trigonometrijskim funkcijama, kao identitete, upotrebljavaju pri računanju i dokazivanju trigonometrijskih tvrdnji.</p> <p>Osnovni trigonometrijski identiteti:</p> $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 1 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x.$ <p>Treba povezati Pitagorin poučak s osnovnim trigonometrijskim identitetima.</p> <p>Jednostavni problem: Izračunajte <math>\sin x</math>, ako je <math>\cos x = -\frac{1}{4}</math>, <math>x \in (-\frac{\pi}{2}, -\pi)</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.7.</p> <p>MAT SŠ C.3.4.</p> <p>Analizira graf trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija.</p> <p>Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije</p> $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x,$ $f(x) = \operatorname{tg} x, f(x) = \operatorname{ctg} x,$ $f(x) = A \sin(bx + c) + d,$ $f(x) = A \cos(bx + c) + d,$ $f(x) = A \operatorname{tg}(bx + c) + d,$ $f(x) = A \operatorname{ctg}(bx + c) + d.$ <p>Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Skicira grafove i određuje svojstva trigonometrijskih funkcija:</p> $f(x) = A \sin(bx),$ $f(x) = A \cos(bx),$ $f(x) = A \operatorname{tg}(bx),$ $f(x) = A \operatorname{ctg}(bx).$
<p>Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.</p> <p>Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad crtanja grafova trigonometrijskih funkcija (od početka rabeći brojevu kružnicu, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene.</p> <p>No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.8.</p> <p>MAT SŠ C.3.5.</p> <p>Primjenjuje trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.</p>	<p>U problemu opisanome trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.</p> <p>Primjer problema opisanoga trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom: <math>\bar{D}(t) = \frac{K}{4} \cdot \sin(\frac{2\pi}{365} \cdot (t - 79)) + 12</math>, pri čemu je <math>t</math> dan u godini (<math>t = 0</math> je 1. siječnja).</p> <p>Konstanta <math>K</math> određena je geografskom širinom mjesta.</p> <p>a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku (<math>K = 6</math>)?</p> <p>b) Koji dan u veljači traje 11 sati?</p> <p>c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji?</p> <p>d) Od kojega je dana u veljači dan dulji od 10 sati?</p>		
<p>MAT SŠ B.3.9</p> <p>Primjenjuje trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.</p>	<p>Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.</p>	<p>Rješava trigonometrijske jednadžbe:</p> $A \sin(bx + c) + d = 0,$ $A \cos(bx + c) + d = 0,$ $A \operatorname{tg}(bx + c) + d = 0,$ $A \operatorname{ctg}(bx + c) + d = 0$ <p><b>Nejednadžbe primjenjuju:</b></p> $A \sin(bx + c) + d \geq 0,$ $A \cos(bx + c) + d < 0,$ $A \operatorname{tg}(bx + c) + d \geq 0,$ $A \operatorname{ctg}(bx + c) + d < 0.$
<p>Sadržaj: Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Primjer primjene trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe: U nekome mjestu na moru određenoga je dana plima u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora u odnosu na uobičajenu za vrijeme je plime 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite:</p> <p>a) Koja će razina mora biti u 10 sati?</p> <p>b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0?</p> <p>c) U kojemu će vremenu razina mora biti veća od 4 metra?</p>		

<p>MAT SŠ C.3.6. MAT SŠ D.3.1. Primjenjuje račun s vektorima.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora. Računa s vektorima u ravnini i prostoru (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu. Određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora. Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički). Dijeli dužinu u zadanome omjeru. Računa i geometrijski interpretira vektorski umnožak i mješoviti umnožak. Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima.</p>	<p>Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu. Računa s vektorima u ravnini i prostoru (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanim na razne načine.</p>
---	---	---

Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Linearna kombinacija vektora. Dijeljenje dužine u zadanome omjeru. Vektorski umnožak i mješoviti umnožak vektora.

<p>MAT SŠ C.3.7. MAT SŠ B.3.10. MAT SŠ D.3.2. MAT SŠ E.3.1. Primjenjuje jednadžbu pravca.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i crta pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednadžbe i izvodi jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara. Određuje parametarsku i vektorsku jednadžbu pravca. Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje s koeficijentom smjera. Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima. Računa udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između pravaca. Određuje vektor normale pravca, simetralu para pravaca, simetralu kuta. Modeliranje: Interpretira podatke s pomoću pravca regresije. (Razlikuje/uočava linearni trend danih podataka. Dane podatke opisuje linearnom vezom po mogućnosti uz uporabu tehnologije.) Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednadžbe te interpretira koeficijente u jednadžbi pravca. Udaljenost točke od pravca i mjeru kuta između dvaju pravaca primjenjuje u geometrijskim zadacima.</p>
---	--	---

Sadržaj: Jednadžba pravca. Kut između pravaca. Udaljenost točke od pravca. Vektor normale pravca. Simetrala para pravaca. Pravac regresije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:

Primjer (pravac regresije): Deset učenika bilo je upitano koliko su se sati pripremali za ispit iz matematike. Njihovi odgovori na to pitanje uspoređeni su s bodovima koje su dobili na ispitu (max 100).

x(h)	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75
y (bod)	57	64	59	60	74	76	79	83	86	86

a) Nacrtajte zadane podatke u koordinatnome sustavu i pravac regresije.

b) Ako se neki učenik pripremao 0.25 h, koji je njegov najvjerojatniji rezultat na ispitu?

c) Koliko se sati učenik trebao pripremati da bi ostvario maksimum na ispitu?

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

<p>MAT SŠ B.3.11. MAT SŠ C.3.8. MAT SŠ D.3.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.</p>	<p>Prepoznaje kanonski oblik jednadžbe kružnice i iz nje očitava duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza određuje jednadžbu kružnice. Određuje grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice. Iz općega oblika jednadžbe kružnice prelazi u kanonski oblik i obratno. Ispituje međusobni položaj dviju kružnica.</p>	<p>Iz jednadžbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno. Određuje sjecišta dviju kružnica i uvjete dodira.</p>
---	--	--

Sadržaj: Jednadžba kružnice. Međusobni položaj dviju kružnica.

<p>MAT SŠ B.3.12. MAT SŠ C.3.9. Primjenjuje jednadžbu tangente kružnice.</p>	<p>Nabraja i opisuje odnose pravca i kružnice. Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice. Izvodi uvjet dodira pravca i kružnice. Određuje jednadžbu tangente na kružnicu iz točke kružnice i izvan kružnice. Određuje jednadžbu normale. Određuje mjeru kuta pod kojim pravac siječe kružnicu i mjeru kuta pod kojim se sijeku dvije kružnice.</p>	<p>Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice te određuje jednadžbu tangente i normale kružnice.</p>
--	---	--

Sadržaji: Međusobni položaj pravca i kružnice. Tangenta i normala na kružnicu.

<p>MAT SŠ B.3.13. MAT SŠ C.3.10. Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole.</p>	<p>Prepoznaje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednadžbu elipse, hiperbole i parabole. Prošireni sadržaj: Crte iz povijesti – čunjosječnice.</p>	<p>Opisuje elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.</p>
--	---	---

Sadržaj: Jednadžba elipse, hiperbole i parabole.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer primjene svojstava elipse: Prvi umjetni satelit u orbiti Zemlje bio je Sputnik I. Njegova najveća udaljenost od Zemlje bila je 1080 km, a najmanja 245 km. Uz pretpostavku da je središte Zemlje fokus eliptične orbite satelita, odredite numerički ekscentricitet.		
MAT SŠ C.3.11. Primjenjuje jednadžbu tangente elipse, hiperbole i parabole.	Nabraja i opisuje odnose pravca i krivulja drugoga reda. Određuje grafički i računski presjek pravca i krivulje. Izvodi uvjet dodira pravca i krivulje. Određuje jednadžbu tangente na krivulju iz točke krivulje i izvan krivulje.	Određuje grafički i računski presjek pravca i elipse, hiperbole i parabole. Određuje jednadžbu tangente elipse, hiperbole i parabole u točki krivulje.
Sadržaj: Pravac i elipsa, hiperbola i parabola. Tangenta. Uvjet dodira.		
MAT SŠ E.3.2. Odabire strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.
Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije.		

### Gimnazija Matematika 4. razred – 192 sata godišnje



Slika 25. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 192 sata godišnje

#### Matematika na kraju 4. razreda gimnazije učenik:

**Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost**

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.	Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi aksiome polja realnih brojeva. Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj. Analizira prebrojivost skupova N, Z, Q i R.	Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.

Sadržaj: Realni brojevi.

MAT SŠ A.4.2. MAT SŠ B.4.1. Dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.	Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. Matematičke tvrdnje dokazuje matematičkom indukcijom. Primjenjuje binomnu formulu. Korelacija s Logikom.	Opisuje postupak i nabraja korake matematičke indukcije te dokazuje jednostavne jednakosti. Primjenjuje binomnu formulu.
---	--	---

Sadržaj: Matematička indukcija. Binomna formula.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Dobra razina: Dokazite  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{n^2 + 2n + 2} = \frac{n}{2(n+2)}, \forall n \in \mathbb{N}$ .

Vrlo dobra razina: Dokazite  $17 | (2^{5n} + 7 + 5^n - 3^{n+2}), \forall n \in \mathbb{N}$ .

Iznimna razina: Dokazite  $3^n > 2^n + 3n, \forall n \geq 3$ .

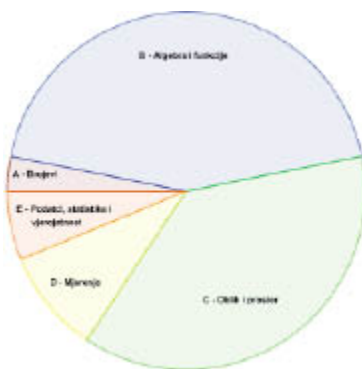
<p>MAT SŠ A.4.3. Računa s kompleksnim brojevima.</p>	<p>Uočava potrebu proširenja skupova brojeva (N, Z, Q, R) skupom kompleksnih brojeva. Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi, potencira i korjenjuje kompleksne brojeve u odgovarajućemu obliku primjenjujući De Moivreovu formulu.</p>	<p>Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Formulu za potenciranje kompleksnoga broja u trigonometrijskome obliku treba izvesti matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.).</p>		
<p>MAT SŠ A.4.4. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računске operacije s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike, umnoška ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Rješenja jednadžbe, primjerice <math>z^5 = 2</math>, prikazuje u Gaussovoj ravnini. Prošireni sadržaj: Otkriva fraktale i konstruira Mandelbrotov skup.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini i uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina. Prošireni sadržaj: Fraktali.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristite se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Povezati pravokutni i polarni koordinatni sustav. Povezati zbrajanje kompleksnih brojeva sa zbrajanjem vektora, a množenje kompleksnih brojeva s rotacijom i homotetijom. U Gaussovoj ravnini prikazati rješenja jednadžbi i nejednadžbi. Na primjer, <math>z^5 = 2</math>, <math> z + 2 - i  &lt; 3</math></p>		
<p>MAT SŠ B.4.2. Računa s polinomima primjenjujući poučke.</p>	<p>Iskazuje definiciju polinoma, navodi koeficijente i stupanj polinoma, računa s polinomima. Primjenjuje poučak o dijeljenju polinoma s ostatkom. Povezuje svojstvo djeljivosti linearnim faktorom i poučak o faktorizaciji polinoma te određuje nultočke.</p>	<p>Zbraja, oduzima, množi i dijeli polinome.</p>
<p>Sadržaj: Polinomi. Poučak o dijeljenju polinoma s ostatkom. Poučak o faktorizaciji polinoma. Nultočke polinoma.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.3. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz i red.</p>	<p>Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih <math>n</math> članova niza, računa zbroj geometrijskoga reda. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza i geometrijskoga reda, osobito složeni kamatni račun.</p>	<p>Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekurzivno ili općim članom.</p>
<p>Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih <math>n</math> članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Formulu za zbroj (sumu) prvih <math>n</math> prirodnih brojeva treba dokazati matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.). Formula za zbroj beskonačnoga reda izvodi se primjenjujući limes niza (ishod B.4.4.). Zbroj beskonačnoga geometrijskog reda treba predstaviti u problemima određivanja zapisa beskonačnoga periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka i Zenonovim paradoksom o Ahileju i kornjači, a kasnije primijeniti na geometrijske zadatke. Primjer 1 (Zenon i kornjača): Kornjača se nalazi 10 stadija (1 stadij <math>\approx</math> 192 metra) ispred Ahileja. Dok Ahilej pretrči 10 stadija, kornjača pretrči jedan stadij. Hoće li Ahilej ikad prešći kornjaču? Primjer 2: Koristeći se zbrojem geometrijskoga reda, broj 2.35353535... zapišite u obliku razlomka. Primjer 3: Nad visinom jednakostraničnoga trokuta konstruiran je jednakostranični trokut, nad visinom toga novog jednakostraničnoga trokuta konstruiran je jednakostranični trokut... Postupak se beskonačno ponavlja. Koliki je zbroj površina svih tako dobivenih trokuta? U okviru ovoga ishoda obraditi složeni kamatni račun koji je povezan s geometrijskim nizom. Primjer: Ivan je oročio 20 000 kuna. S koliko će novca Ivan raspolagati nakon deset godina ako je kamatna stopa 6%? Nakon koliko će godina Ivan raspolagati dvostruko većom svotom ako je kamatna stopa 6%? Kolika bi trebala biti kamatna stopa ako Ivan nakon pet godina želi raspolagati svotom od 32 210 kuna?</p>		
<p>MAT SŠ B.4.4. Primjenjuje definiciju i svojstva limesa niza.</p>	<p>Opisuje pojam limesa niza, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Računa limes niza i primjenjuje na problemskim zadacima, primjerice pri neprekidnome ukamaćivanju.</p>	<p>Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te ih povezuje s konvergenčijom niza.</p>
<p>Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza.</p>		

MAT SŠ B.4.5. Analizira svojstva funkcija.	Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomenu, sliku, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost) funkcije, asimptote. Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije. Određuje svojstva funkcije zadane različitim zapisima.	Određuje svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.
Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Asimptote.		
MAT SŠ B.4.6. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno onu koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije. Povezuje limes funkcije s pojmom asimptote.	Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
Sadržaj: Limes funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.		
MAT SŠ B.4.7. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.	Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu). Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki. Korelacija s Kemijom.	Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.		
MAT SŠ B.4.8. Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim zadacima.	Izvodi derivaciju po definiciji, navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i kvocijenta. Određuje derivaciju složene funkcije. Određuje tangentu i normalu na graf funkcije. Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom. Prošireni sadržaj: Određuje derivaciju implicitno zadane funkcije.	Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.
Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Derivacija složene funkcije. Primjena derivacija. Prošireni sadržaj: Derivacija implicitno zadane funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka: Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon $t$ minuta iznosi $V = 200(50 - t)^2 m^3$ . Odredite: a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta b) trenutnu brzinu istjecanja vode u $t = 5$ minuta.		
MAT SŠ B.4.9. Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.	Određuje domenu, nultočke, stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije, ekstreme, konveksnost/konkavnost, asimptote. Određuje tijek funkcije i crta graf.	Skicira graf funkcije prema određenim svojstvima.
Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstremi, zakrivljenost). Asimptote. Tijek funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije programom dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.		
MAT SŠ B.4.10. Računa neodređeni integral.	Računa neodređeni integral rabeći osnovna svojstva i tablicu neodređenih integrala. Primjenjuje metodu supstitucije, parcijalne integracije i metodu rastava na parcijalne razlomke u računanju integrala.	Računa neodređeni integral u jednostavnim situacijama.
Sadržaj: Neodređeni integral. Metode supstitucije, parcijalne integracije i nepoznatih koeficijenata.		
MAT SŠ B.4.11. Primjenjuje integral u problemskim zadacima.	Računa određeni integral rabeći Newton-Leibnizovu formulu. Određuje površinu ispod grafa funkcije i obujam rotacijskoga tijela s pomoću integrala. Primjenjuje integrale u rješavanju problema iz matematike i fizike.	Računa određeni integral za određivanje površine u složenim situacijama.
Sadržaj: Određeni integral. Newton-Leibnizova formula. Primjena integrala za određivanje površine ispod grafa funkcije i obujma rotacijskoga tijela. Primjena integrala u rješavanju problema iz matematike i fizike.		
MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te s pomoću Vennovih dijagrama. Crta vjerojatnosno stablo. Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Razlikuje zavisne i nezavisne događaje. Korelacija s Logikom i Kemijom.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.
Sadržaj: Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji.		



<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Provoditi jednostavne pokuse, primjerice bacanje kocke ili novčića. Uniju, presjek, razliku i komplement događaja ilustrirati Vennovim dijagramom. Povezati De Morganove zakone s sa sadržajima predmeta Logika. Računati uvjetne vjerojatnosti i vjerojatnost umnoška događaja.</p>		
<p>Koristiti se vjerojatnosnim stablom.</p> <p>Primjer zadatka: U vrećici je 8 bijelih i 6 crvenih kuglica. Izvlačimo jednu kuglicu, vratimo je i izvlačimo drugu.</p>		
<p>MAT SŠ E.4.2.</p> <p>Interpretira formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu.</p>	<p>Računa uvjetnu vjerojatnost.</p> <p>Crta vjerojatnosno stablo, određuje hipoteze, primjenjuje formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu.</p> <p>Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Računa uvjetnu vjerojatnost i određuje vjerojatnosni prostor.</p>
<p>Sadržaj: Uvjetna vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Formula potpune vjerojatnosti i Bayesova formula.</p>		

### Gimnazija Matematika 3. razred – 245 sati godišnje



Slika 26. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u jedanaestoj godini učenja, 245 sati godišnje

#### Matematika na kraju 3. razreda gimnazije učenik:

<p><b>Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost</b></p>		
odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
<p>MAT SŠ A.3.1.</p> <p>MAT SŠ B.3.1.</p> <p>Primjenjuje pravila za računanje s potencijama racionalnoga eksponenta.</p>	<p>Prelazi iz prikaza potencije racionalnoga eksponenta u prikaz korijenom i obratno.</p> <p>Računa vrijednost korijena i potencija racionalnoga eksponenta koristeći se džepnim računalom ili bez njega.</p> <p>Računa s potencijama racionalnoga eksponenta.</p>	<p>Računa vrijednost brojevnoga izraza primjenjujući pravila za računanje s potencijama.</p>
<p>Sadržaj: Korijeni. Potencije racionalnoga eksponenta.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda:</p> <p>Primjer problema opisanoga potencijom racionalnoga eksponenta:</p> <p>Životinje u divljini imaju područja ograničena njihovim kretanjem, nazivamo ih njihovim teritorijalnim područjima. Teritorijalno područje, u kvadratnim miljama, povezano je s tjelesnom masom životinje. Ako je masa neke životinje <math>T</math> funti, teritorijalno područje zauzima <math>T^{1.41}</math> kvadratnih milja.</p> <p>a) Kako možemo interpretirati informaciju danu ovim algebarskim izrazom?</p> <p>b) Odredite teritorijalno područje životinje mase 25, 50, 150, 200 i 300 funti.</p> <p>c) Na kakvu promjenu ukazuju vrijednosti veze između tjelesne mase i teritorijalnoga područja životinje?</p> <p>d) Koliko je teritorijalno područje, izraženo u <math>\text{km}^2</math>, medvjeda mase 400 kg?</p> <p>e) Kolika je masa životinje čije je teritorijalno područje <math>25 \text{ km}^2</math>?</p>		

<p>MAT SŠ B.3.2. MAT SŠ C.3.1. Analizira eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.</p>	<p>Određuje domenu, kodomenu, sliku, rast i pad, inverznu funkciju eksponencijalne i logaritamske funkcije i crta graf funkcija</p> $f(x) = a^x, f(x) = a^x + c,$ $f(x) = a^{x+c}, f(x) = b \cdot a^x,$ $f(x) = \log_a x, f(x) = \log_a x + c,$ $f(x) = \log_a(x+c).$ <p>Primjenjuje prirodni logaritam. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti -: Euler, Napier.</p>	<p>Grafički prikazuje logaritamsku i eksponencijalnu funkciju. Povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju određujući inverznu funkciju.</p>
<p>Sadržaj: Eksponencijalna i logaritamska funkcija. Svojstva i graf eksponencijalne i logaritamske funkcije. Prirodni logaritam.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Otkrivati osnovna svojstva funkcija putem njihovih grafova. Uočavati inverznu vezu između eksponencijalne i logaritamske funkcije koristeći se pravcem <math>y = x</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.3. MAT SŠ C.3.2. Primjenjuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju.</p>	<p>Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – Briggsove i Napierove logaritamske tablice. Korelacija s Kemijom i Biologijom.</p>	<p>U problemu opisanome eksponencijalnom i logaritamskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Primjena eksponencijalne i logaritamske funkcije.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.4. Modelira eksponencijalnom i logaritamskom jednadžbom i nejednadžbom.</p>	<p>Navodi i primjenjuje svojstva potencija i logaritama, računa vrijednosti logaritamskih izraza, prelazi iz logaritamskoga u eksponencijalni oblik i obratno. Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe. Modelira problemsku situaciju, određuje i provjerava rješenja te im utvrđuje smislenost.</p>	<p>Rješava eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe izravnom primjenom definicije.</p>
<p>Sadržaj: Eksponencijalne i logaritamske jednadžbe i nejednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.5. MAT SŠ C.3.3. Primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija.</p>	<p>Definira trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriva svojstva i rabi ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Koristi se džepnim računalom. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – podrijetlo imena trigonometrijskih funkcija. Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Iskazuje definicije trigonometrijskih funkcija i uočava njihova svojstva.</p>
<p>Sadržaj: Brojeva kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Svojstva trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Važno je da učenici otkriju i usvoje vezu koordinata točaka na brojevnoj kružnici i trigonometrijskih funkcija (<math>\sin x</math> i <math>\cos x</math>), odnosno koordinata točaka na osi tangensa <math>s</math>, osi kotangensa <math>tgx</math>. Također je važno otkrivanje svojstava kao što su parnost/neparnost i periodičnost te njihova primjena pri računanju vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Rabiti džepno računalo. Upozoriti na mjere koje se rabe pri računanju (stupnjevi, radijani).</p>		
<p>MAT SŠ B.3.6. Primjenjuje trigonometrijske identitete.</p>	<p>Računa, koristeći se osnovnim trigonometrijskim identitetom, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija. Primjenjuje i povezuje osnovne trigonometrijske identitete, adicijske poučke, funkcije dvostrukoga broja, funkcije polovičnoga broja. Dokazuje trigonometrijske tvrdnje primjenom trigonometrijskih identiteta. Prošireni sadržaj: Prelazi iz umnoška trigonometrijskih funkcija u zbroj i obratno. Korelacija s Logikom.</p>	<p>Koristi se trigonometrijskim identitetima u rješavanju jednostavnih problema.</p>
<p>Sadržaj: Trigonometrijski identiteti, adicijski poučki, trigonometrijske funkcije dvostrukoga broja, trigonometrijske funkcije polovičnoga broja. Prošireni sadržaj: Prijelaz iz umnoška trigonometrijskih funkcija u zbroj i obratno.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: U ovome je ishodu bitno da usvojene veze među trigonometrijskim funkcijama, kao identitete, upotrebljavaju pri računanju i dokazivanju trigonometrijskih tvrdnji. Osnovni trigonometrijski identiteti: <math display="block">\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1, \frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x.</math> Treba povezati Pitagorin poučak s osnovnim trigonometrijskim identitetima. Jednostavni problem: Izračunajte <math>\sin x</math> ako je <math>\cos x = -\frac{3}{5}</math>, <math>x \in (-\frac{\pi}{2}, -\pi)</math>.</p>		

<p>MAT SŠ B.3.7. MAT SŠ C.3.4. Analizira graf trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Prepoznaje i opisuje grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija. Grafički prikazuje trigonometrijske funkcije</p> $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x,$ $f(x) = \operatorname{tg} x, f(x) = \operatorname{ctg} x,$ $f(x) = A \sin(\omega x + c) + d,$ $f(x) = A \cos(\omega x + c) + d,$ $f(x) = A \operatorname{tg}(\omega x + c) + d,$ $f(x) = A \operatorname{ctg}(\omega x + c) + d.$ <p>Korelacija s Fizikom.</p>	<p>Skicira grafove i određuje svojstva trigonometrijskih funkcija:</p> $f(x) = A \sin(\omega x),$ $f(x) = A \cos(\omega x),$ $f(x) = A \operatorname{tg}(\omega x),$ $f(x) = A \operatorname{ctg}(\omega x).$
<p>Sadržaj: Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Moguće je učenicima zadati manji seminarski rad crtanja grafova trigonometrijskih funkcija (od početka rabeći brojevu kružnicu, prenoseći vrijednosti na graf) ili onih kojima se mijenjaju amplitude, periodi i pomaci. Koristeći se programom dinamične geometrije pri izradi toga seminarskog rada, mnogo jednostavnije uočavaju promjene. No za razvoj grafomotoričkih vještina dobro je zadati da učenici to rade i prostoručno. Svakako ih treba upozoriti na važnost odabira odgovarajućega mjerila pri crtanju grafova.</p>		
<p>MAT SŠ B.3.8. MAT SŠ C.3.5. Primjenjuje trigonometrijske funkcije.</p>	<p>Analizira probleme opisane trigonometrijskom funkcijom i primjenjuje trigonometrijske funkcije za modeliranje.</p>	<p>U problemu opisanome trigonometrijskom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoga argumenta kao i vrijednost argumenta zadane vrijednosti funkcije.</p>
<p>Sadržaj: Primjena trigonometrijskih funkcija.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Primjer problema opisanoga trigonometrijskom funkcijom: Duljina dana opisana je formulom: <math>D(t) = \frac{K}{2} + \sin\left(\frac{2\pi}{24}(t - 70)\right) + 12</math>, pri čemu je <math>t</math> dan u godini (<math>t = 0</math> je 1. siječnja). Konstanta <math>K</math> određena je geografskom širinom mjesta. a) Kolika je duljina dana 22. 2. u Dubrovniku (<math>K = 6</math>)? b) Koji dan u veljači traje 11 sati? c) Koji je dan najkraći, a koji najdulji? d) Od kojega je dana u veljači dan dulji od 10 sati?</p>		
<p>MAT SŠ B.3.9. Primjenjuje trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.</p>	<p>Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe rješava grafički ili na brojevnoj kružnici.</p>	<p>Rješava trigonometrijske jednadžbe:</p> $A \sin(\omega x + c) + d = 0,$ $A \cos(\omega x + c) + d = 0,$ $A \operatorname{tg}(\omega x + c) + d = 0,$ $A \operatorname{ctg}(\omega x + c) + d = 0,$ <p><b>inejednadžbe: primjerice</b></p> $A \sin(\omega x + c) + d \geq 0,$ $A \cos(\omega x + c) + d < 0,$ $A \operatorname{tg}(\omega x + c) + d \geq 0,$ $A \operatorname{ctg}(\omega x + c) + d < 0,$
<p>Sadržaj: Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnih ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima za otkrivanje svojstava i pravilnosti. Primjer primjene trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe: U nekome mjestu na moru određenoga je dana plima u ponoć i podne, a oseka u 6 i 18 sati. Razina mora u odnosu na uobičajenu za vrijeme je plime 5.11 m, a za vrijeme oseke -0.17. Odredite: a) Koja će razina mora biti u 10 sati? b) U koliko će sati poslijepodne razina mora biti 0? c) U kojemu će vremenu razina mora biti veća od 4 metra?</p>		
<p>MAT SŠ C.3.6. MAT SŠ D.3.1. Primjenjuje račun s vektorima.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i rabi elemente vektora. Računa s vektorima u ravnini i prostoru (zbraja, oduzima i množi skalarom) i prikazuje ih u ravnini i u koordinatnome sustavu. Određuje duljinu vektora, računa skalarni umnožak vektora i primjenjuje ga za uvjet okomitosti vektora. Rastavlja vektore koristeći se linearnom kombinacijom vektora (računski ili grafički). Dijeli dužinu u zadanome omjeru. Računa i geometrijski interpretira vektorski umnožak i mješoviti umnožak. Primjenjuje svojstva vektora u problemskim zadacima i dokazuje tvrdnje u analitičkoj geometriji ravnine i prostora.</p>	<p>Opisuje vektor, crta vektore u ravnini i u koordinatnome sustavu. Računa s vektorima u ravnini i prostoru (zbraja, oduzima i množi skalarom) prikazanim na razne načine.</p>
<p>Sadržaj: Pojam vektora. Računske operacije s vektorima. Duljina vektora. Skalarni umnožak vektora. Okomiti vektori. Linearna kombinacija vektora. Dijeljenje dužine u zadanome omjeru. Vektorski umnožak i mješoviti umnožak vektora.</p>		

<p>MAT SŠ C.3.7. MAT SŠ B.3.10. MAT SŠ D.3.2. MAT SŠ E.3.1. Primjenjuje jednadžbu pravca.</p>	<p>Prepoznaje, opisuje i crta, pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednadžbe i izvodi jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara. Određuje parametarsku i vektorsku jednadžbu pravca. Jednadžba pravca u prostoru. Računa mjeru kuta pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezuje s koeficijentom smjera. Crta i određuje pravce paralelne s koordinatnim osima. Računa udaljenost točke od pravca (u ravnini i prostoru) i mjeru kuta između pravaca. Određuje vektor normale pravca, simetralu para pravaca, simetralu kuta. Modeliranje: Interpretira podatke s pomoću pravca regresije. Razlikuje/uočava linearni trend danih podataka. Dane podatke opisuje linearnom vezom po mogućnosti uz uporabu tehnologije.) Korelacija s Kemijom.</p>	<p>Grafički prikazuje pravac iz različitih oblika jednadžbe te interpretira koeficijente u jednadžbi pravca. Udaljenost točke od pravca (u ravnini i prostoru) i mjeru kuta između dvaju pravaca primjenjuje u geometrijskim zadacima.</p>
---	--	--

Sadržaj: Jednadžba pravca. Kut između pravaca. Udaljenost točke od pravca. Vektor normale pravca. Simetrala para pravaca. Pravac regresije.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Primjer (pravac regresije): Deset učenika bilo je upitano koliko su se sati pripremali za ispit iz matematike. Njihovi odgovori na to pitanje uspoređeni su s bodovima koje su dobili na ispitu (max 100).

$x$ (h)	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75
---------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

a) Nacrtajte zadane podatke u koordinatnome sustavu i pravac regresije.

b) Ako se neki učenik pripremao 0.25 h, koji je njegov najvjerojatniji rezultat na ispitu?

c) Koliko se sati učenik trebao pripremati da bi ostvario maksimum na ispitu?

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

<p>MAT SŠ B.3.11. MAT SŠ C.3.8. Odabire strategiju rabeći linearno programiranje.</p>	<p>Postavljeni problem prikazuje grafički rješavajući linearne nejednadžbe i sustave linearnih nejednadžbi. Određuje moguća rješenja problema te računa vrijednost funkcije cilja iz mogućih rješenja. Od mogućih rješenja odabire optimalno rješenje.</p>	<p>Problem zapisuje s pomoću linearnih jednadžbi i nejednadžbi i rješava ga.</p>
---	--	--

Sadržaj: Grafičko rješavanje problema linearnoga programiranja.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.

Primjer: Od dviju vrsta hrane (srdele i piletina) treba sastaviti dnevni obrok koji sadržava barem 7000 kJ i 90 g proteina. Ako 1 kg srdela stoji 15 kn, a sadržava 5600 kJ i 180 g proteina, a 1 kg piletine stoji 20 kn, a sadrži 7000 kJ i 200 g proteina, odredite optimalno rješenje koje će uz zadane uvjete imati najmanji trošak.

<p>MAT SŠ B.3.12. MAT SŠ C.3.9. MAT SŠ D.3.3. Primjenjuje jednadžbu kružnice.</p>	<p>Prepoznaje kanonski oblik jednadžbe kružnice i iz nje očitava duljinu polumjera i koordinate središta kružnice i obratno. Iz grafičkoga prikaza određuje jednadžbu kružnice. Određuje grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju (dodiruje jednu ili obje koordinatne osi) ili koncentrične kružnice. Iz općega oblika jednadžbe kružnice prelazi u kanonski oblik i obratno. Određuje jednadžbu kružnice kroz tri točke. Ispituje međusobni položaj dviju kružnica.</p>	<p>Iz jednadžbe kružnice i grafičkoga prikaza određuje elemente kružnice, i obratno. Određuje sjecišta dviju kružnica i uvjete dodira.</p>
---	--	--

Sadržaj: Jednadžba kružnice.

<p>MAT SŠ B.3.13. MAT SŠ C.3.10. Primjenjuje jednadžbu tangente kružnice.</p>	<p>Nabroja i opisuje odnose pravca i kružnice. Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice. Izvodi uvjet dodira pravca i kružnice. Određuje jednadžbu tangente na kružnicu iz točke kružnice i izvan kružnice. Određuje jednadžbu normale. Određuje mjeru kuta pod kojim pravac siječe kružnicu i mjeru kuta pod kojim se sijeku dvije kružnice. Određuje pol i polaru kružnice.</p>	<p>Određuje grafički i računski presjek pravca i kružnice te određuje jednadžbu tangente i normale kružnice. Određuje pol i polaru kružnice.</p>
---	---	--

Sadržaji: Međusobni položaj pravca i kružnice. Tangenta i normala na kružnicu. Pol i polara kružnice.

<p>MAT SŠ B.3.14. MAT SŠ C.3.11. Primjenjuje jednadžbe elipse, hiperbole i parabole.</p>	<p>Prepoznaje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole i iz nje pronalazi nepoznate elemente krivulje i obratno. Iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronalazi jednadžbu elipse, hiperbole i parabole. Određuje parametarske i vršne jednadžbe krivulja drugoga reda. Prošireni sadržaj: Crtice iz povijesti – čunjosječnice.</p>	<p>Opisuje elipsu, hiperbolu i parabolu te iz zadanih uvjeta određuje jednadžbu elipse, hiperbole i parabole.</p>
--	--	---

Sadržaj: Jednadžba elipse, hiperbole i parabole. Parametarske i vršne jednadžbe krivulja drugoga reda.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer primjene svojstava elipse: Prvi umjetni satelit u orbiti Zemlje bio je Sputnik I. Njegova najveća udaljenost od Zemlje bila je 1080 km, a najmanja 245 km. Uz pretpostavku da je središte Zemlje fokus eliptične orbite satelita, odredite numerički ekscentricitet.		
MAT SŠ C.3.12. Primjenjuje jednadžbu tangente elipse, hiperbole i parabole.	Nabroja i opisuje odnose pravca i krivulja drugoga reda. Određuje grafički i računski presjek pravca i krivulje. Izvodi uvjet dodira pravca i krivulje. Određuje jednadžbu tangente na krivulju iz točke krivulje i izvan krivulje. Određuje presjek i mjeru kuta između krivulja.	Određuje grafički i računski presjek pravca i elipse, hiperbole i parabole. Određuje jednadžbu tangente elipse, hiperbole i parabole u točki krivulje i mjeru kuta između krivulja.
Sadržaj: Tangenta elipse, hiperbole i parabole. Uvjet dodira.		
MAT SŠ E.3.2. Odabire strategiju i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Prepoznaje i opisuje osnovne principe prebrojavanja, permutacije, kombinacije i varijacije. Objašnjava, računa i daje primjer permutacija, kombinacija i varijacija. Ilustrira i rješava problem rabeći kombinatoriku.	Rješava probleme rabeći kombinacije i varijacije bez ponavljanja i permutacije.
Sadržaj: Kombinatorika. Osnovni princip prebrojavanja. Permutacije, kombinacije i varijacije.		

### Gimnazija Matematika 4. razred – 224 sata godišnje



Slika 27. Grafički prikaz organizacije predmetnoga kurikuluma u dvanaestoj godini učenja, 224 sata godišnje

#### Matematika na kraju 4. razreda gimnazije učenik:

Domene: A – Brojevi, B – Algebra i funkcije, C – Oblik i prostor, D – Mjerenje, E – Podatci, statistika i vjerojatnost

odgojno-obrazovni ishodi	razrada ishoda	odgojno-obrazovni ishodi na razini usvojenosti »dobar« na kraju razreda
MAT SŠ A.4.1. Analizira skup realnih brojeva.	Razlikuje i opisuje prirodne, cijele, racionalne, iracionalne i realne brojeve. Uočava i obrazlaže potrebu proširenja skupova brojeva. Navodi aksiome polja realnih brojeva. Dokazuje da je korijen iz prostoga broja iracionalni broj. Analizira prebrojivost skupova N, Z, Q i R.	Razlikuje prirodne, cijele, racionalne i iracionalne brojeve te odgovarajuće skupove brojeva. Navodi i obrazlaže svojstva računskih operacija s realnim brojevima.

Sadržaj: Realni brojevi.

MAT SŠ A.4.2. MAT SŠ B.4.1. Dokazuje tvrdnje matematičkom indukcijom.	Razlikuje induktivni i deduktivni način zaključivanja. Matematičke tvrdnje dokazuje matematičkom indukcijom. Primjenjuje binomnu formulu. Korelacija s Logikom.	Opisuje postupak i nabroja korake matematičke indukcije te dokazuje jednostavne jednakosti. Primjenjuje binomnu formulu.
---	--	---

Sadržaj: Matematička indukcija. Binomna formula.

Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda:

Dobra razina: Dokazite  $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{n^2 + 3n + 2} = \frac{n}{2(n+2)}, \forall n \in \mathbb{N}$ .

Vrlo dobra razina: Dokazite  $17 \mid 2^{5n+2} + 5^n \cdot 3^{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$ .

Iznimna razina: Dokazite  $3^n > 2^n + 3n, \forall n \geq 3$ .

<p>MAT SŠ A.4.3. Računa s kompleksnim brojevima.</p>	<p>Uočava potrebu proširenja skupova brojeva (N, Z, Q, R) skupom kompleksnih brojeva. Zapisuje kompleksni broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku. Zbraja, oduzima, množi, potencira i korjenjuje kompleksne brojeve u odgovarajućem obliku, primjenjujući De Moivreovu formulu.</p>	<p>Zbraja, oduzima i množi kompleksne brojeve u algebarskome obliku te prikazuje kompleksni broj u trigonometrijskome obliku.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Računske operacije s kompleksnim brojevima. Trigonometrijski oblik kompleksnoga broja. De Moivreova formula.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Formulu za potenciranje kompleksnoga broja u trigonometrijskome obliku treba izvesti matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.).</p>		
<p>MAT SŠ A.4.4. MAT SŠ C.4.1. Interpretira računsku operaciju s kompleksnim brojevima u Gaussovoj ravnini.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini, određuje i prikazuje konjugirano kompleksni broj i modul kompleksnoga broja. Rješenja jednadžbi i nejednadžbi grafički prikazuje u Gaussovoj ravnini. Interpretira geometrijsko značenje zbroja, razlike, umnoška ili modula razlike dvaju kompleksnih brojeva. Rješenja jednadžbe, primjerice <math>z^5 = 2</math>, prikazuje u Gaussovoj ravnini. Prošireni sadržaj: Otkriva fraktale i konstruira Mandelbrotov skup.</p>	<p>Prikazuje kompleksni broj u Gaussovoj ravnini i uočava vezu modula kompleksnoga broja i konjugirano kompleksnoga broja s njegovim prikazom u Gaussovoj ravnini.</p>
<p>Sadržaj: Skup kompleksnih brojeva. Gaussova ravnina. Prošireni sadržaj: Fraktali.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima. Povezati pravokutni i polarni koordinatni sustav. Povezati zbrajanje kompleksnih brojeva sa zbrajanjem vektora, a množenje kompleksnih brojeva s rotacijom i homotetijom. U Gaussovoj ravnini prikazati rješenja jednadžbi i nejednadžbi. Primjerice <math>z^5 = 2</math>, <math> z + 2 - i  &lt; 3</math>.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.2. Računa s polinomima primjenjujući poučke.</p>	<p>Iskazuje definiciju polinoma, navodi koeficijente i stupanj polinoma, računa s polinomima. Primjenjuje poučak o dijeljenju polinoma s ostatkom. Povezuje svojstvo djeljivosti linearnim faktorom i poučak o faktorizaciji polinoma te određuje nultočke.</p>	<p>Zbraja, oduzima, množi i dijeli polinome.</p>
<p>Sadržaj: Polinomi. Poučak o dijeljenju polinoma s ostatkom. Poučak o faktorizaciji polinoma. Nultočke polinoma.</p>		
<p>MAT SŠ B.4.3. Primjenjuje aritmetički i geometrijski niz i red.</p>	<p>Opisuje aritmetički i geometrijski niz i geometrijski red, zapisuje opći član niza, povezuje s aritmetičkom i geometrijskom sredinom. Računa zbroj prvih <math>n</math> članova niza, računa zbroj geometrijskoga reda. Rješava probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza i geometrijskoga reda, osobito složeni kamatni račun.</p>	<p>Razlikuje aritmetički i geometrijski niz te određuje član niza zadanoga rekurzivno ili općim članom.</p>
<p>Sadržaj: Aritmetički i geometrijski niz. Opći član i zbroj prvih <math>n</math> članova niza. Geometrijski red. Složeni kamatni račun.</p>		
<p>Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnoga ishoda: Formulu za zbroj (sumu) prvih <math>n</math> prirodnih brojeva treba dokazati matematičkom indukcijom (poveznica s ishodom A.4.2., B.4.1.). Formula za zbroj beskonačnoga reda izvodi se primjenjujući limes niza (ishod B.4.4.). Zbroj beskonačnoga geometrijskog reda treba predstaviti u problemima određivanja zapisa beskonačnoga periodičnog decimalnog broja u obliku razlomka i Zenonovim paradoksom o Ahileju i kornjači, a kasnije primijeniti na geometrijske zadatke. Primjer 1 (Zenon i kornjača): Kornjača se nalazi 10 stadija (1 stadij <math>\approx</math> 192 metra) ispred Ahileja. Dok Ahilej pretrči 10 stadija, kornjača pretrči jedan stadij. Hoće li Ahilej ikad prešći kornjaču? Primjer 2: Koristeći se zbrojem geometrijskoga reda, broj <math>2.35353535\dots</math> zapišite u obliku razlomka. Primjer 3: Nad visinom jednakostraničnoga trokuta konstruiran je jednakostranični trokut, nad visinom toga novog jednakostraničnoga trokuta konstruiran je jednakostranični trokut... Postupak se beskonačno ponavlja. Koliki je zbroj površina svih tako dobivenih trokuta? U okviru ovoga ishoda obraditi složeni kamatni račun koji je povezan s geometrijskim nizom. Primjer: Ivan je oročio 20.000 kuna. S koliko će novca Ivan raspolagati nakon deset godina ako je kamatna stopa 6%? Nakon koliko će godina Ivan raspolagati dvostruko većom svotom ako je kamatna stopa 6%? Kolika bi trebala biti kamatna stopa ako Ivan nakon pet godina želi raspolagati svotom od 32.210 kuna?</p>		
<p>MAT SŠ B.4.4. Primjenjuje definiciju i svojstva limesa niza.</p>	<p>Opisuje pojam limesa niza, uočava rast ili pad članova niza i postojanje granice, tj. konvergentnost ili divergentnost. Računa limes niza i primjenjuje na problemskim zadacima, primjerice pri neprekidnome ukamačivanju.</p>	<p>Opisuje pojam monotonosti i omeđenosti niza te ih povezuje s konvergencijom niza.</p>
<p>Sadržaj: Monotonost i omeđenost niza. Limes niza.</p>		

MAT SŠ B.4.5. Analizira svojstva funkcija.	Nabraja elementarne funkcije i navodi njihova svojstva (domenu, kodomena, sliku, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost) funkcije, asimptote. Svojstva funkcija objašnjava na grafu funkcije. Određuje svojstva funkcije zadane različitim zapisima.	Određuje svojstva funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafom.
Sadržaj: Svojstva funkcija (domena, kodomena, slika, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost). Asimptote.		
MAT SŠ B.4.6. Tumači značenje limesa funkcije u točki.	Opisuje i grafom prikazuje funkciju koja je neprekidna odnosno onu koja nije, objašnjava pojam limesa funkcije. Određuje limes funkcije. Povezuje limes funkcije s pojmom asimptote.	Određuje limes jednostavne funkcije te navodi primjere neprekidnih funkcija i onih koje nisu neprekidne.
Sadržaj: Limes funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Koristiti se programima dinamične geometrije te ostalim primjerenim i dostupnim interaktivnim računalnim programima i alatima.		
MAT SŠ B.4.7. Povezuje definiciju derivacije funkcije u točki s problemom tangente i brzine.	Grafički prikazuje i objašnjava problem tangente, označava prirast varijable i prirast funkcije, povezuje s pojmom limesa. Objašnjava vezu derivacije i trenutne brzine (prijelaz iz prosječne u trenutnu). Iskazuje definiciju derivacije funkcije u točki. Korelacija s Kemijom.	Prikazuje vezu prirasta varijable i prirasta funkcije s derivacijom funkcije u točki.
Sadržaj: Problem tangente i brzine. Definicija derivacije funkcije.		
MAT SŠ B.4.8. Primjenjuje derivaciju funkcije u problemskim zadacima.	Izvodi derivaciju po definiciji, navodi pravila deriviranja zbroja, umnoška i kvocijenta. Određuje derivaciju složene funkcije. Određuje tangentu i normalu na grafu funkcije. Rješava problemske zadatke koristeći se derivacijom. Prošireni sadržaj: Određuje derivaciju implicitno zadane funkcije.	Računa derivacije jednostavnih funkcija primjenjujući pravila.
Sadržaj: Derivacija funkcije. Pravila deriviranja. Derivacija složene funkcije. Primjena derivacija. Prošireni sadržaj: Derivacija implicitno zadane funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Primjer zadatka: Voda istječe iz bazena. Volumen vode nakon $t$ minuta iznosi $V = 200(50 - t)^2 m^3$ . Odredite: a) prosječnu brzinu istjecanja vode u prvih 5 minuta b) trenutnu brzinu istjecanja vode u $t = 5$ minuta.		
MAT SŠ B.4.9. Povezuje derivaciju funkcije i crtanje grafa funkcije.	Određuje domenu, nultočke, stacionarne točke, intervale pada i rasta funkcije, konveksnost/konkavnost, ekstreme, asimptote. Određuje tijek funkcije i crta graf.	Skicira graf funkcije prema određenim svojstvima.
Sadržaj: Svojstva funkcije (domena, kodomena, nultočke, pad/rast, ekstremi, zakrivljenost). Asimptote. Tijek funkcije.		
Preporuka za ostvarivanje odgojno-obrazovnog ishoda: Istraživanjem veze predznaka derivacije i rasta/pada funkcije programom dinamične geometrije uočiti kada će u stacionarnoj točki funkcija imati lokalni ekstrem.		
MAT SŠ B.4.10. Računa neodređeni integral.	Računa neodređeni integral rabeći osnovna svojstva i tablicu neodređenih integrala. Primjenjuje metodu supstitucije, parcijalne integracije i metodu rastava na parcijalne razlomke u računanju integrala.	Računa neodređeni integral u jednostavnim situacijama.
Sadržaj: Neodređeni integral. Metode supstitucije, parcijalne integracije i nepoznatih koeficijenata.		
MAT SŠ B.4.11. Primjenjuje integral u problemskim zadacima.	Računa određeni integral rabeći Newton-Leibnizovu formulu. Određuje površinu ispod grafa funkcije i obujam rotacijskoga tijela s pomoću integrala. Primjenjuje integrale u rješavanju problema iz matematike i fizike.	Računa određeni integral za određivanje površine u složenim situacijama.
Sadržaj: Određeni integral. Newton-Leibnizova formula. Primjena integrala za određivanje površine ispod grafa funkcije i obujma rotacijskoga tijela. Primjena integrala u rješavanju problema iz matematike i fizike.		
MAT SŠ E.4.1. Argumentirano računa vjerojatnost.	Povezuje i prikazuje presjek, uniju i suprotni događaj s pomoću skupova i operacija te s pomoću Vennovih dijagrama. Crta vjerojatnosno stablo. Opisuje i računa vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju (simultani i uzastopni). Razlikuje zavisne i nezavisne događaje. Korelacija s Logikom i Kemijom.	Računa vjerojatnost jednostavnih događaja prikazanih s pomoću skupovnih operacija i vjerojatnosnoga stabla. Računa vjerojatnost simultanih događaja.
Sadržaj: Vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Vjerojatnost složenih događaja i događaja koji se ponavljaju. Zavisni i nezavisni događaji.		

MAT SŠ E.4.2. Interpretira formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu.	Računa uvjetnu vjerojatnost. Crta vjerojatnosno stablo, određuje hipoteze, primjenjuje formulu potpune vjerojatnosti i Bayesovu formulu. Korelacija s Kemijom.	Računa uvjetnu vjerojatnost i određuje vjerojatnosni prostor.
Sadržaj: Uvjetna vjerojatnost. Vjerojatnosno stablo. Formula potpune vjerojatnosti i Bayesova formula.		
MAT SŠ E.4.3. Primjenjuje binomnu i normalnu razdiobu.	Opisuje diskretne i neprekidne slučajne varijable. Računa razdiobu, očekivanje i varijancu diskretne slučajne varijable te funkciju gustoće i funkciju distribucije neprekidne slučajne varijable. Primjenjuje binomnu i normalnu razdiobu. Korelacija s Kemijom.	Primjenjuje diskretne i neprekidne slučajne varijable pri rješavanju jednostavnih problema.
Sadržaj: Binomna razdioba. Normalna razdioba.		

## E. POVEZANOST S DRUGIM PREDMETIMA I MEĐUPREDMETNIM TEMAMA

Planiranjem i povezivanjem matematike s drugim područjima kurikuluma, međupredmetnim temama i sadržajima ostalih predmeta te njihovom cjelovitom primjenom u profesionalnoj i privatnoj sferi života učenje i poučavanje matematike u potpunosti zaokružuje svoju svrhu.

Matematika se uči i poučava na primjerima i problemima koji se javljaju u svijetu koji nas okružuje te u drugim znanostima, baš kao što se i većina matematičkih koncepata izgradila s potrebom rješavanja životnih problema. Koristeći se dostignućima tehnologije, matematika osigurava alate za opisivanje i analizu ideja u svim područjima ljudskih djelatnosti. Upravo je ta njezina sveobuhvatnost pokretačka snaga mnogih učenikovih aktivnosti pri učenju i primjeni matematike.

Primjenom matematičkih i jezično-komunikacijskih vještina učenici jasno i kreativno izražavaju svoje ideje, razvijaju komunikacijske vještine prilagođene različitim situacijama, ali i medijsku pismenost.

U prirodoslovnome području, istražujući različite pojave i procese te provodeći eksperimente, učenici izvedu formule i mjerenja pri čemu rabe matematičko rasuđivanje, komuniciraju matematičkim jezikom te primjenjuju matematičko argumentiranje i dokazivanje. Sve to povezuju i prikazuju u tehničko-informatičkome području provodeći različite izračune i obrade podataka.

Pri proučavanju raznih društvenih, geografskih i povijesnih pojava, procesa i struktura, učenici komuniciraju koristeći se različitim prikazima, provode istraživanja i analize, tumače statističke i druge podatke iz raznih izvora što pridonosi njihovom kritičkomu razmišljanju te mišljenju, razumijevanju i predviđanju društvenih promjena.

Razvijanjem prostornoga mišljenja i vizualizacije učenici razumijevaju svijet i prostor u kojemu žive, što pridonosi njihovoj koordinaciji te umjetničkomu izražavanju.

Provedbom različitih projekata o zdravlju, sportu, okolišu, poduzetništvu i drugim temama, učenici primjenjuju matematička znanja, vještine i sposobnosti. To pridonosi razvoju njihovih socijalnih vještina, kulture i osobnosti te otkrivanju njihove uloge u razredu, skupini, društvu. Na taj se način matematika prožima sa stvarnim životom, potiču se znatiželja i pozitivan stav prema učenju i dubljemu povezivanju obrazovnih spoznaja i prirode svijeta.

Snažna i neraskidiva veza matematike s drugim područjima, međupredmetnim temama i predmetima kurikuluma pridonosi izgradnji temeljnih kompetencija samosvjesne osobe koja će primjenjivati matematička znanja i vještine u različitim domenama svojega života. Na taj će način svaka osoba posjedovati čitalačku, matematičku, medijsku, prirodoslovnu, digitalnu i financijsku pismenost kao važne segmente za snalaženje u suvremenome svijetu.

## F. UČENJE I POUČAVANJE PREDMETA

Učenje matematike učenicima pruža znanja i kompetencije potrebne za život, nastavak obrazovanja te cjeloživotno učenje. Uz matematičke koncepte koje učenik upoznaje i razvija, on razvija i matematičke procese kao što su rješavanje problema, samostalno zaključivanje, logičko mišljenje, argumentiranje, komuniciranje matematičkim jezikom, uporabu



različitih prikaza, povezivanje matematike s osobnim iskustvima te učinkovitu primjenu tehnologije.

Zahtjevi suvremenoga života ističu rješavanje problema kao važnu vještinu koju učenjem i poučavanjem matematike treba razvijati. Ne znamo što nas u budućnosti očekuje, ali oni koji imaju razvijenu kompetenciju rješavanja problema, imat će puno više prilika za uspjeh. Težište suvremene nastave pomiče se s rješavanja zadataka u kojima se traži primjena već utvrđenoga postupka na razvoj vještina i sposobnost njihove primjene u nepoznatim situacijama. U procesu rješavanja učenici modeliraju problemsku situaciju, a način modeliranja mijenja se i prilagođava njihovim razvojnim mogućnostima. Mlađi učenici modeliraju koristeći se konkretnim materijalima, crtežima ili dijagramima, dok modeliranje u kasnijim godinama učenja obično podrazumijeva uporabu apstraktnijih matematičkih formi i zapisa. Poželjno je odabirati i zadatke otvorenoga tipa u kojima je naglasak na procesu rješavanja problema i raspravi, koji od učenika traže predviđanje, promišljanje, zaključivanje, kreativnost i samostalnost, a jedno ili više rješenja moguće je dobiti koristeći se različitim ispravnim strategijama. Tako razvijenu vještinu pristupanju i rješavanju problema učenici mogu u budućnosti primijeniti i izvan školskih okvira, u svojem privatnom i profesionalnom okružju.

Većina matematičkih koncepata koncepti su visoke razine apstrakcije i nije ih moguće učiti bez dubokoga razumijevanja i bez uključivanja procesa logičkoga mišljenja. Nastava matematike snažno potiče i razvija mišljenje učenika te od njih stalno traži promišljanje, zaključivanje i generaliziranje.

Matematička komunikacija razvija se u situacijama u kojima se učenici verbalno izražavaju, posebno tijekom razrednih rasprava. Učenici slušaju jedni druge, izražavaju se matematičkim jezikom, postavljaju pitanja, usmjeravaju se na bitne stvari i nude argumente te time razvijaju vještinu komuniciranja koja omogućuje razumijevanje, razmjenjivanje ideja, strategija i rješenja. Važno je od učenika zahtijevati obrazloženje odgovora na pitanja kao što su: Zašto?, Je li to uvijek tako?, Može li drukčije? ili Što se događa kada...? Razumijevanje matematičkoga jezika usko je povezano s ispravnim tumačenjem matematičkih simbola i točnim čitanjem algoritama.

Različito i raznovrsno prikazivanje važne su komponente izgradnje matematičkih koncepata, ali i put od konkretnih i neformalnih situacija prema formalnoj i apstraktnoj matematici. Prikazivanjem matematičkih problema na različite načine učitelji dobivaju uvid u način razmišljanja svojih učenika. Matematički prikazi primjenjuju se i u drugim predmetima, drugim znanostima, u medijima i različitim situacijama u svakodnevnome životu. Upravo je zato važno poučavanjem matematike upoznati učenike s različitim prikazima, s načinima njihova čitanja i zapisivanja te s mogućnošću prelaska s jednoga oblika prikazivanja na drugi.

Kako bismo izgradili čvrstu i stabilnu mrežu matematičkih koncepata, sve problemske situacije i njihove raznovrsne prikaze valja međusobno povezati. Povezivanje podrazumijeva uspostavljanje veza među različitim matematičkim konceptima, između matematike i drugih područja učenja, kao i povezivanje matematike i svakodnevnoga života. Najvažnije veze za rani razvoj matematike, veze su između intuitivne, neformalne matematike koje su učenici stekli u svakodnevnome životu i matematike koju uče u školi. Informacijsko-komunikacijska tehnologija, kao sredstvo učenja i poučavanja, daje neslućene perspektive matematičkomu obrazovanju učenika. Pritom učitelj ne mora nužno biti informatički stručnjak, dovoljna je i prosječna računalna pismenost. Proces stjecanja matematičkih znanja primjenom računala, osim percepcije i procesa stečenih promatranjem, uključuje i vrlo intenzivne intelektualne aktivnosti (apstraktno mišljenje), o čemu treba voditi računa ako želimo da primjena računala u učenju i poučavanju matematike bude uspješna. Pri planiranju učeničke uporabe računala u nastavnome procesu bitno je uvažiti individualne matematičke i opće intelektualne sposobnosti te socijalni status učenika.

Kako bi se razvili svi koncepti i procesi, nužno je mijenjati i osuvremeniti načine učenja i poučavanja matematike te učenicima pružiti raznolika i bogata iskustva učenja. Odabirom temeljnih i reprezentativnih matematičkih sadržaja, uz mogućnost izbornosti određenih koncepata, učenici mogu usvojiti znanja i kompetencije prilagođene njihovim potrebama, iskustvima, interesima i mogućnostima. Posebice se važnim smatra sposobnost primjene naučenoga u različitim problemskim situacijama te znanje o reguliranju vlastitoga učenja. Uz razvoj matematičkih koncepata i procesa, važno je učenjem i poučavanjem matematike razviti vještinu računanja koja je nužna za svakodnevni život. Redovito uvježbavanje mentalnoga računanja, određivanje jednostavnoga postotka ili približnoga rezultata osigurava učenicima spretnost računanja napamet te primjene vještine računanja i procjenjivanja u životnim situacijama.

Učenik mora biti u samome središtu odgojno-obrazovnog procesa, a ujedno i aktivno sudjelovati u procesu učenja matematike. Uvažavanjem individualnih razlika učenika omogućuje se poučavanje matematike u kojemu će svatko imati priliku napredovati i postići svoj osobni maksimum. Kako bi se takav napredak osigurao, važno je osvijestiti utjecaj emocija i stavova na rezultate učenja matematike. Pozitivne emocije i stavovi podupiru razvoj samopoštovanja i pozitivne slike o sebi, a oni su opet ključni za motivaciju i trud koje će učenici uložiti u učenje. Upravo je zato važno da učenje i poučavanje matematike učenicima bude izazovno, zabavno, poticajno, prilagođeno i ugodno. Proces učenja prati kvalitetan način vrednovanja s jasnim kriterijima vrednovanja prilagođenim učeniku, a redovita i razumljiva povratna informacija o radu i rezultatima usmjerena je napredovanju učenika.

Uspješno učenje događa se u socijalnoj interakciji, pa je u učenju i poučavanju nužno primijeniti one nastavne strategije i oblike rada koji takvu interakciju promiču. To su prije svega suradničko učenje, timski rad, rasprava, projektna i terenska nastava i igra kao nastavne strategije te rad u skupinama i rad u paru kao oblici rada.

Iako je učenik u središtu učenja i poučavanja, učitelj matematike ima u tome procesu ključnu ulogu. Ta se uloga očituje u stvaranju okružja koje najbolje odgovara učeničkim potrebama i razvija njihove kompetencije. Uspješan učitelj razumije utjecaj koji njegovo poučavanje ima na učenička postignuća, očekuje napredak od svih svojih učenika te raspolaže profesionalnim znanjima i vještinama kojima će individualizirati učenje i poučavanje i poduprijeti učenje svakoga učenika. Učenicima iznosi jasne ciljeve i svrhu svih aktivnosti u predmetu Matematika, daje jasne povratne informacije o njihovom napredovanju te kriterijima vrednovanja. Slobodno odabire i primjenjuje raznovrsne pristupe i strategije poučavanja kojima sve učenike uključuje u učenje i rad, potiče njihovu motivaciju i interes za matematiku te podržava i ohrabruje uloženi trud. Posebno se ističu istraživačko učenje, učenje usmjereno na rješavanje problema, suradničko učenje i projektna nastava. Učitelj stvara okružja u kojemu se učenici osjećaju slobodno i obvezno slušati jedni druge, u kojemu je njihov doprinos neizostavan i važan, u kojemu slobodno postavljaju pitanja, traže podršku u učenju, primjenjuju naučeno u različitim situacijama, kritički preispituju proces učenja i poučavanja te razvijaju samostalnost i odgovornost

Za učenike s posebnim odgojno-obrazovnim potrebama (učenici s teškoćama i daroviti učenici) učitelji planiraju kurikulum usmjeren na učenika. Osobitosti/teškoće učenika zahtijevaju njima sukladne individualizirane/diferencirane postupke, ciljeve učenja, razinu ostvarenosti odgojno-obrazovnog ishoda, opseg i dubinu sadržaja učenja te strategije i aktivnosti poučavanja kojima se žele ostvariti postavljeni ishodi, kao i načini vrednovanja ostvarenih postignuća.

U organizaciji procesa učenja i poučavanja učitelj odabire i prilagođava širinu i dubinu sadržaja ishoda, osmišljava probleme, metode i strategije kako bi ih na najbolji način prilagodio potrebama, mogućnostima i interesima svojih učenika. Učitelj i učenici imaju autonomiju u odabiru onih materijala i tehnologija koje će učenje matematike učiniti izazovnim, raznolikim i poticajnim te omogućiti ostvarenje predviđenih ishoda učenja. Bitno je naglasiti da u suvremenoj nastavi matematike udžbenik nudi sadržaje kojima se ostvaruju propisani ishodi za sve razine znanja, ali ne ograničava planiranje procesa učenja i poučavanja i način njegove izvedbe. Učitelj je slobodan samostalno odrediti način i redosljed ostvarivanja ishoda te dodatnu literaturu i izvore informacija kojima se koriste i učenici. Učitelj je odgovoran inovativnim pristupom, istraživanjem novih izvora znanja i primjerenom primjenom novih tehnologija učenje i poučavanje učiniti cjelovitim.

Učitelj postavlja visoka i primjerena očekivanja pred svoje učenike, a ta primjerena očekivanja potiču učenike da u učenje ulažu trud, razvijaju osjećaj kompetentnosti, odgovornosti i sustavnosti te u punoj mjeri ostvaruju vlastite potencijale.

U planiranju učenja i poučavanja matematike učitelj će vrijeme potrebno za poučavanje određenoga koncepta ili za razvijanje određenih vještina prilagoditi učenicima. Tijekom nastavne godine ostvarit će se svi ishodi učenja planirani za određeni razred, ali razina ostvarenosti ovisit će o mogućnostima učenika. Učitelj autonomno odabire sadržaje kojima će poticati ostvarivanje ishoda te, procjenjujući mogućnosti svojih učenika, određuje potrebno vrijeme kako bi se određeni koncepti usvojili s razumijevanjem. Suvremeni pristup nastavi u kojemu dominira istraživački pristup, u kojemu se matematika otkriva u rješavanju problemskih situacija, traži dodatno vrijeme, ali i drukčiji pristup učenju i poučavanju. Težište je na odabiru manjega broja problemskih zadataka u kojima učenici mogu samostalno istraživati, zaključivati i stvarati strategije njihova rješavanja, a ne na količini riješenih zadataka. Upravo stoga suvremena nastava traži više vremena kako bi učenicima omogućila kreativnost i samostalnost u pristupu i zaključivanju.

Cjelokupna zajednica, učitelj, učenik i roditelji moraju biti svjesni važnosti pristupa matematici koji i od učitelja i od učenika zahtijevaju veliku odgovornost, angažman i trud. Svrhovito i promišljeno poučavanje potiče učenika na otkrivanje i razumijevanje matematike, čime se razvija njegovo samopouzdanje i samosvjesnost o vlastitim potencijalima. Logičko, kritičko i proceduralno mišljenje, razvijeno učenjem i poučavanjem matematike, postat će alat kojim će se služiti u svim aspektima života i rada za svoju korist i zadovoljstvo, svoje obitelji, ali i cijele zajednice.

## G. VREDNOVANJE OSTVARENOSTI ODGOJNO-OBRAZOVNIH ISHODA

U nastavnome predmetu Matematika vrednovanje je sastavni dio procesa učenja i poučavanja koje daje obavijest o razini usvojenosti matematičkih znanja, razvijenosti matematičkih vještina i potiče izgradnju pozitivnoga stava učenika prema učenju matematike. Učenike prije poučavanja na razumljiv način valja upoznati s očekivanim ishodima i kriterijima vrednovanja koji ukazuju na njihovu usvojenost. Što i kako se vrednuje, potrebno je unaprijed planirati i najaviti.

Suvremenim pristupom vrednovanje treba biti instrument unaprjeđenja napretka učenika, ali i poučavanja učitelja i cijeloga odgojno-obrazovnoga sustava. Na taj način ono zahtijeva odgovornost svih sudionika procesa.

Elementi vrednovanja u nastavnome predmetu Matematika jesu:

### 1. Usvojenost znanja i vještina:

- opisuje matematičke pojmove
- odabire odgovarajuće i matematički ispravne procedure te ih provodi
- provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rezultata
- upotrebljava i povezuje matematičke koncepte.

### 2. Matematička komunikacija:

– koristi se odgovarajućim matematičkim jezikom (standardni matematički simboli, zapisi i terminologija) pri usmenome i pisanome izražavanju

- koristi se odgovarajućim matematičkim prikazima za predstavljanje podataka
- prelazi između različitih matematičkih prikaza
- svoje razmišljanje iznosi cjelovitim, suvislim i sažetim matematičkim rečenicama
- postavlja pitanja i odgovara na pitanja koja nadilaze opseg izvorno postavljenoga pitanja
- organizira informacije u logičku strukturu
- primjereno se koristi tehnologijom.

### 3. Rješavanje problema:

- prepoznaje relevantne elemente problema i naslućuje metode rješavanja
- uspješno primjenjuje odabranu matematičku metodu pri rješavanju problema
- modelira matematičkim zakonitostima problemske situacije uz raspravu
- ispravno rješava probleme u različitim kontekstima
- provjerava ispravnost matematičkih postupaka i utvrđuje smislenost rješenja problema
- generalizira rješenje.

Elementi su odraz ciljeva predmeta i vrednuju se u postotcima, do 5. razreda u omjeru 40 : 30 : 30, a u narednim razredima u omjeru 30 : 30 : 40.

Vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje provodi se prikupljanjem podataka o učenikovu radu i postignućima (ciljana pitanja, rad u skupini, domaće zadaće, kratke pisane provjere, prezentacije...) i kritičkim osvrtom učenika i učitelja na proces učenja i poučavanja. Učenika se skupnim raspravama na satu i individualnim konzultacijama potiče na samovrednovanje postignuća i planiranje učenja. Ti oblici vrednovanja iskazuju se opisno i služe kao jasna povratna informacija učeniku i roditelju o razini usvojenosti ishoda u odnosu na očekivanja. Učitelji imaju autonomiju i odgovornost izabrati najprikladnije metode i tehnike vrednovanja unutar pojedinih pristupa vrednovanju.

## *Vrednovanje za učenje*

Vrednovanje za učenje odvija se tijekom učenja i poučavanja. Odnosi se na proces prikupljanja informacija i dokaza o procesu učenja te na interpretacije tih informacija i dokaza kako bi učenici unaprijedili proces učenja, a učitelji poučavanje. Vrednovanjem za učenje primjenom različitih metoda učenicima se pruža mogućnost da tijekom procesa učenja steknu uvid u to kako mogu unaprijediti svoje učenje da bi ostvarili ciljeve učenja, čime

se naglasak stavlja na sam proces učenja. Vrednovanje za učenje u pravilu ne rezultira ocjenom, nego kvalitativnom povratnom informacijom i razmjenom iskustava o procesima učenja i usvojenosti znanja i vještina u odnosu na postavljena očekivanja. Povratna je informacija središnji dio vrednovanja za učenje jer učeniku omogućuje preuzimanje kontrole nad vlastitim učenjem. Vrednovanje za učenje uvijek je usmjereno na napredak učenika pa se trenutačna postignuća svakoga učenika uspoređuju s njegovim prethodnim postignućima fokusirajući se na napredovanje koje je učenik ostvario u odnosu na postavljene odgojno-obrazovne ishode (kriterijsko vrednovanje).

Učiteljima vrednovanje za učenje pomaže u:

- prikupljanju informacija o početnim znanjima i iskustvima učenika, eventualnim miskoncepcijama, stilovima učenja učenika, o razinama usvojenosti znanja, motivaciji za učenje i drugo
- postavljanju ciljeva i planiranju poučavanja u skladu s potrebama učenika
- dobivanju uvida u učinkovitost vlastita rada, učinkovitijem planiranju i kontinuiranom unaprjeđenju procesa poučavanja.

Učenicima vrednovanje za učenje pomaže da:

- postanu svjesni koliko učinkovito uče te uvide kako trebaju učiti
- unapređuju kompetenciju učiti kako učiti postavljanjem svojih ciljeva učenja i razvijanjem vještina
- imaju bolja postignuća jer primaju česte povratne informacije koliko napreduju i koliko učinkovito uče
- razvijaju motivaciju za učenje, samopouzdanje i pozitivnu sliku o sebi.

## *Vrednovanje kao učenje*

Vrednovanje kao učenje temelji se na ideji da učenici vrednovanjem uče. Ono podrazumijeva aktivno uključivanje učenika u proces vrednovanja uz podršku učitelja kako bi se maksimalno poticao razvoj učenikova samostalnog i samoreguliranog pristupa učenju. Kad se učenici i sami uključe u proces vrednovanja, on će im vjerojatno biti manje stresan i rizičan. Vrednovanje kao učenje jest oblik partnerstva učenika i učitelja u kojemu je učenik aktivan i odgovoran nositelj vlastitoga učenja i vrednovanja, a učitelj stvara uvjete za učenje i prema potrebi ga usmjerava. Učitelj pomaže učeniku razumjeti kriterije za samovrednovanje, vodi proces samorefleksije i pomaže pri donošenju odluke kako unaprijediti učenje. S obzirom na svrhu ove vrste vrednovanja, povratnu informaciju kod vrednovanja kao učenja daju učenik, drugi učenici, a u manjoj mjeri i učitelj.

Učiteljima vrednovanje kao učenje pomaže u:

- podjeli odgovornosti za učenje između učitelja i učenika
- dobivanju uvida u učenikovo razmišljanje pri analizi i vrednovanju procesa učenja
- kreiranju učinkovitijega poučavanja jer učenici postaju samostalniji i motiviraniji.

Učenicima vrednovanje kao učenje pomaže da:

- shvate da je vrednovanje alat za vlastito praćenje učenja i za stjecanje razumijevanje na kojoj se razini učenja nalaze
- usklađuju vlastite procjene s procjenama drugih
- razvijaju vještinu upravljanja svojim učenjem, postavljanja vlastitih ciljeva i razvijanja vještine samovrednovanja i vršnjačkoga vrednovanja potrebnih za postizanje tih ciljeva
- razvijaju osjećaj odgovornosti i samopouzdanja istodobno razvijajući kritičko razmišljanje, analizu i na kraju vrednovanje.

Vrednovanje naučenoga rezultira brožčanom ocjenom, a usvojenost se ishoda provjerava usmenim ispitivanjem, pismenim provjerama i matematičkim/interdisciplinarnim projektima. U jednoj provjeri moguće je ocijeniti više elemenata vrednovanja.

U predmetu Matematika postignuća učenika vrednuju se brojčanom ocjenom (nedovoljan – 1, dovoljan – 2, dobar – 3, vrlo dobar – 4, odličan – 5).

Zaključna ocjena iz Matematike mora se temeljiti na usvojenosti odgojno-obrazovnih ishoda. U tu svrhu nužno je ostvarenost ishoda provjeravati na što više različitih načina i u što više vremenskih točaka. Zaključna ocjena mora biti utemeljena na vjerodostojnim, valjanim i dokazivim informacijama o učenikovu učenju i napretku, o onome što je naučio i kako se razvio. Dobro ju je temeljiti na što više različitih informacija (o postignuću na većemu broju provjera, o rezultatima sudjelovanja u projektima, o kvaliteti učenikovih prezentacija, o njegovu sudjelovanju u radu u skupini s drugim učenicima i sl.). Na taj će način ocjena biti utemeljena na mnogim relevantnim podacima (dobivenima različitim metodama vrednovanja u okviru pristupa vrednovanja naučenoga, ali i vrednovanja za učenje i kao učenje).

Izvjescivanje koje se odvija tijekom svakoga odgojno-obrazovnog razdoblja temelji se na informacijama dobivenima putem svih pristupa vrednovanja učeničkih postignuća: vrednovanjem za učenje, vrednovanjem kao učenje i vrednovanjem naučenoga. Pritom upotrebljavaju različiti načini izvješćivanja, od kojih su neki formalniji (npr. svjedodžba na kraju nastavne godine, slanje pisanoga izvješća i ocijenjenoga uratka na uvid roditeljima i dr.), a neki manje formalni (npr. razgovor s učenicom i roditeljima o postignućima te sljedećim ciljevima učenja i strategijama učenja). Izvjescivanje tijekom odgojno-obrazovnih razdoblja ima ponajprije dijagnostičku i formativnu ulogu. Na temelju informacija koje je prikupljao o učeniku tijekom odgojno-obrazovnoga rada, učitelj pri izvješćivanju odgovara na sljedeća pitanja:

- koje je odgojno-obrazovne ishode učenik već savladao i na kojoj razini te u kojim se odgojno-obrazovnim postignućima ističe
- u kojim je specifičnim područjima potrebno poboljšanje.

Izvjescivanje o postignućima i napredovanju učenika može se provoditi na različite načine, u skladu s potrebama učenika i obitelji te specifičnostima škole.

[Kurikulum 1 dio 2 \(/clanci/sluzbeni/459495/dio/2.html\)](/clanci/sluzbeni/459495/dio/2.html)